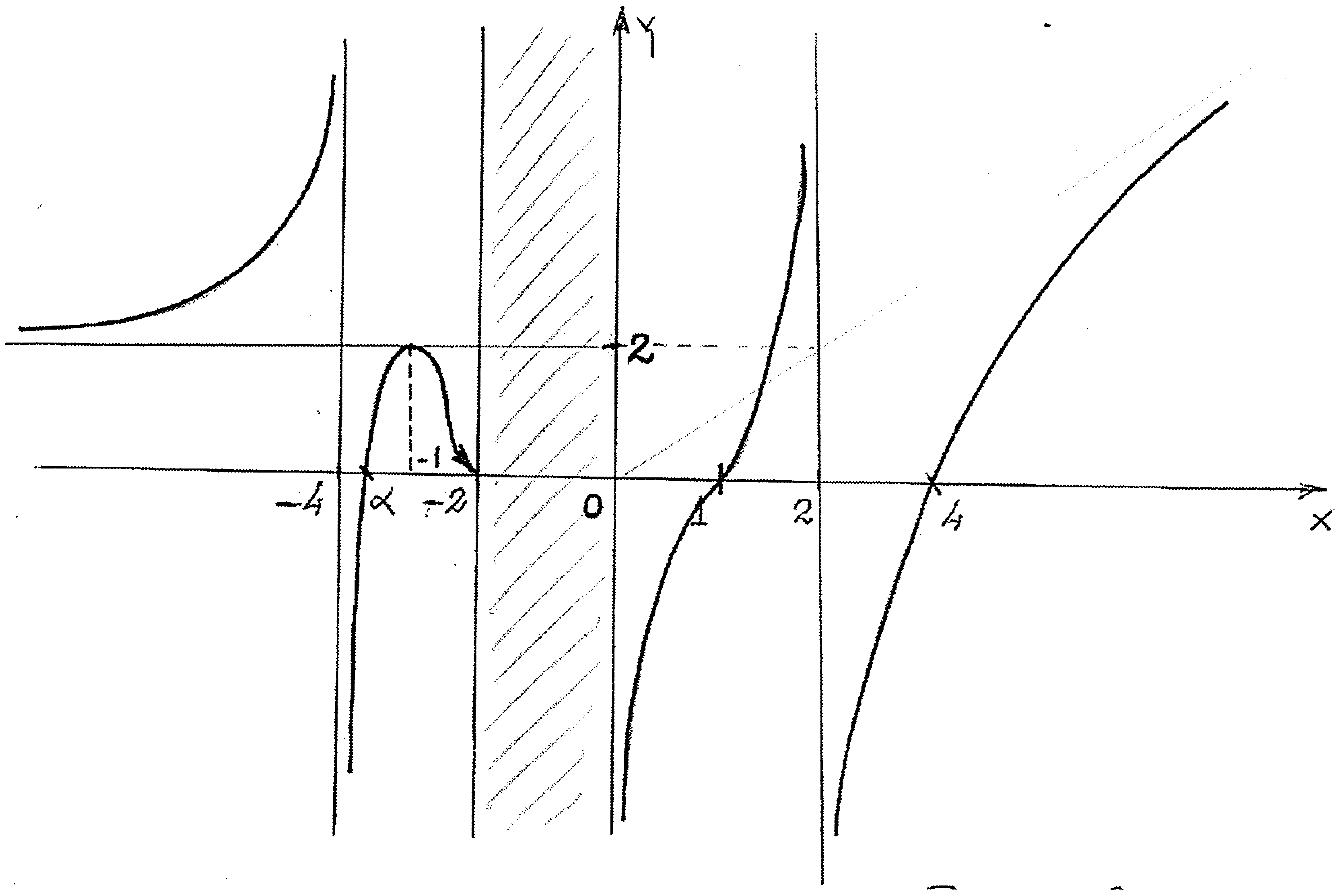
PRIMERA PRUEBA ESPECIAL: 3º de Bachillerato. 04/07/2012.

ESCUELA SUPERIOR DE INFORMÁTICA ***MATEMÁTICA***

De los cinco ejercicios que se te presentan a continuación, debes seleccionar tres para alcanzar el 12. No toques más de tres ejercicios pues solo se te corregirán tres. Concéntrate en aquellos en los que te encuentras más seguro.

1) Dada la función f(x) por su gráfico:



1) Dominio de la función.
2) Ceros y signo de f(x).
3) Variación (crecimiento y decrecimiento)
4) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
5) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$
6) $\lim_{x\to-4} f(x)$
7) $\lim_{x\to-2} f(x)$
8) $\lim_{x\to 0} f(x)$
9) $\lim_{x\to 1} f(x)$
10) $\lim_{x\to 2} f(x)$

JUSTIFICA TODAS TUS RESPUESTAS.

Nombre y Apellido.............. Grupo............... Fecha 4 de julio de 2012

Parcial de Matemática

1º Año. Turno Nocturno.

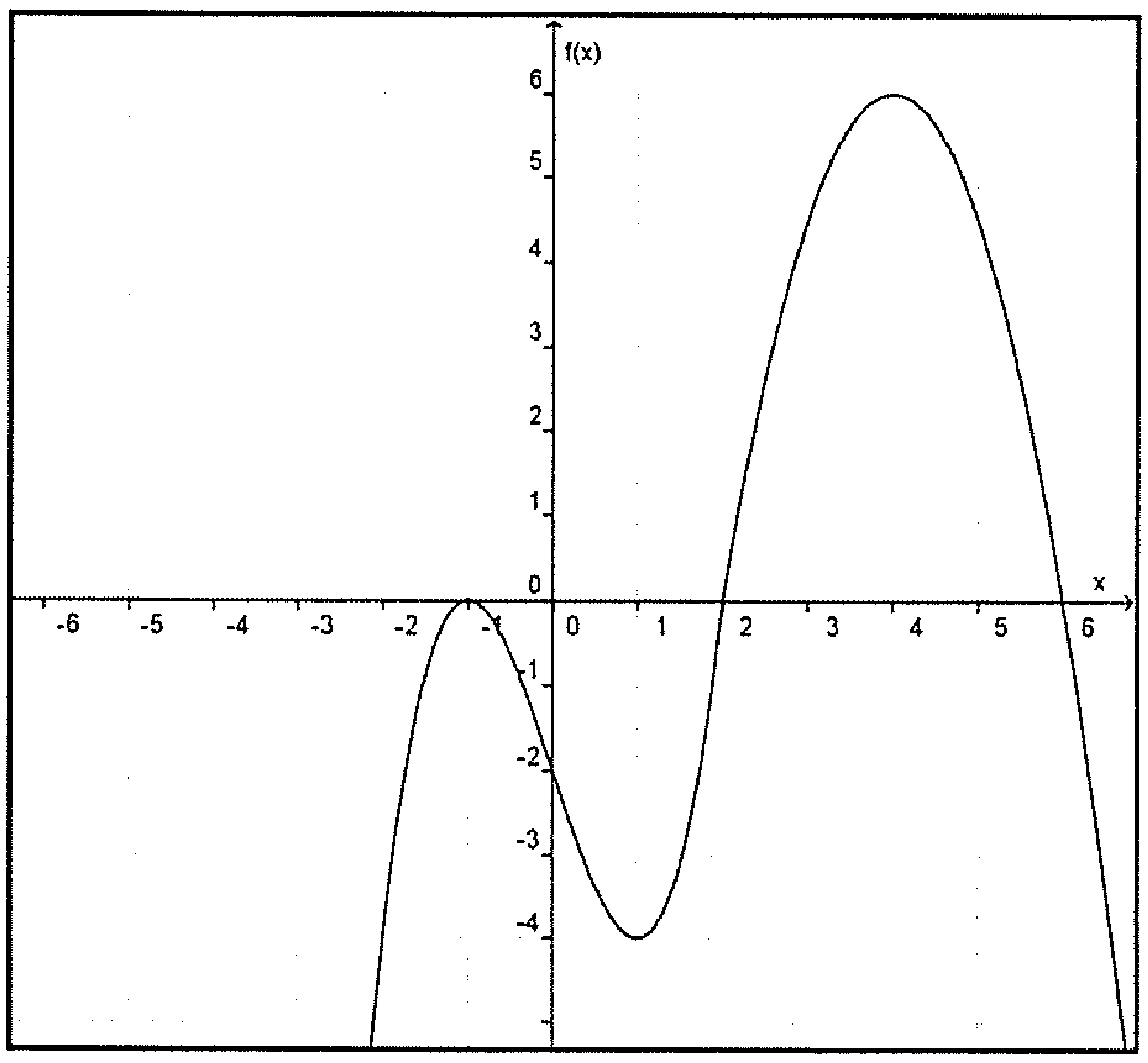
Ejercicio 1: Dados los siguientes conjunto: $A = \{x \,/\, x \in N \wedge 2 \leq x < 8\}$
$B = \{x \,/\, x \in Z \wedge 3x + 2 = -4 \vee -2 < x < 5\}$

1. Escribir por extensión cada uno de los conjuntos
2. Escribir por extensión cada uno de los siguientes conjuntos:
    a) $A \cup B$
    b) $A \cap B$
    c) $A - B$
    d) A^c (Considerando como conjunto universo el conjunto de los números naturales)
    e) B^c (Considerando como conjunto universo el conjunto de los números enteros)

Ejercicio 2: Una encuesta realizada a un grupo de empleados reveló que 277 tenían casa propia, 233 poseían automóvil, 405 televisor, 165 automóvil y televisor, 120 automóvil y casa propia, 190 casa y televisor; y 105 tenían casa, automóvil y televisor. Responder: ¿Cuántas personas fueron encuestadas? ¿Cuántas personas tienen solamente casa propia? ¿Cuántas personas tienen solamente casa y televisor?

Ejercicio 3: Dada la representación gráfica de la función $f: R \to R$ indicar:

a) Raíces de la función
b) Signo de la función
c) Intervalos de crecimiento
d) Máximos y mínimos relativos.



Ejercicio 4:

a) Sea el conjunto $H = \{-1;0;1;2;-2\}$. Indicar si las siguientes relaciones son funciones de H en H y caso afirmativo clasificarla, ***justifique***.

- $R_1 = \{(x;y)/(x;y) \in H \times H;\ y = -x\}$
- $R_2 = \{(x;y)/(x;y) \in H \times H;\ y = x^2\}$
- $R_3 = \{(x;y)/(x;y) \in H \times H;\ y = x + 1\}$

b) Determinar la expresión analítica de la función lineal f si sabemos que $A(-1;-3)$ y $B(2;3)$ pertenecen al gráfico de f. Determinar la raíz y las coordenadas del punto de corte con $\overline{OY}$.

5° Año. ESI Buceo 18/2/2014

EXAMEN DE MATEMÁTICA.

EJERCICIO 1: a) Realizar el Estudio Analítico y Representación Gráfica de la función $f: f(x) = \dfrac{2x^2+3x}{x+2}$

b) Calcular los siguientes límites: i) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4x+4}{2x-4}$

ii) $\displaystyle\lim_{x\to 1^+} \frac{8x}{1-x}$ iii) $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} \left(\frac{x^2-4}{x-2}\right)^2$

EJERCICIO 2: Verdadero o Falso JUSTIFICANDO en cada caso

a) Si la función f es derivable en $x=6$, entonces $\displaystyle\lim_{x\to 6} \frac{f(x)-f(6)}{x-6} \in \mathbb{R}$

b) La ecuación de la recta tangente al gráfico de la función $h: h(x) = -3$[illegible]^2 en $x=1$ es la recta $t) \, y = 2x+3$

c) La función $j: j(x) = \dfrac{3-x^7+3x}{2x}$ tiene una raíz en el intervalo $[1,2]$

d) Si f es continua en $x=a$ entonces f es derivable en $x=a$

EJERCICIO 3: a) Bosquejar una función g que cumpla las siguientes condiciones:

$D_{(g)} = \mathbb{R} - \{-1, 2\}$

$\displaystyle\lim_{x\to -1^\pm} g(x) = \pm\infty$ $\displaystyle\lim_{x\to 2} g(x) = -\infty$ $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} g(x) = +\infty$

$\displaystyle\lim_{x\to -\infty} g(x) = 3$

sg $g(x)$: $+ \; \overset{0}{\underset{-3}{|}} \; - \; \overset{\nexists}{\underset{-1}{|}} \; + \; \overset{0}{\underset{0}{|}} \; - \; \overset{\nexists}{\underset{2}{|}} \; - \; \overset{0}{\underset{4}{|}} \; + \rightarrow$

sg $g'(x)$: $- \; \overset{\nexists}{\underset{-1}{|}} \; - \; \overset{\nexists}{\underset{2}{|}} \; + \rightarrow$

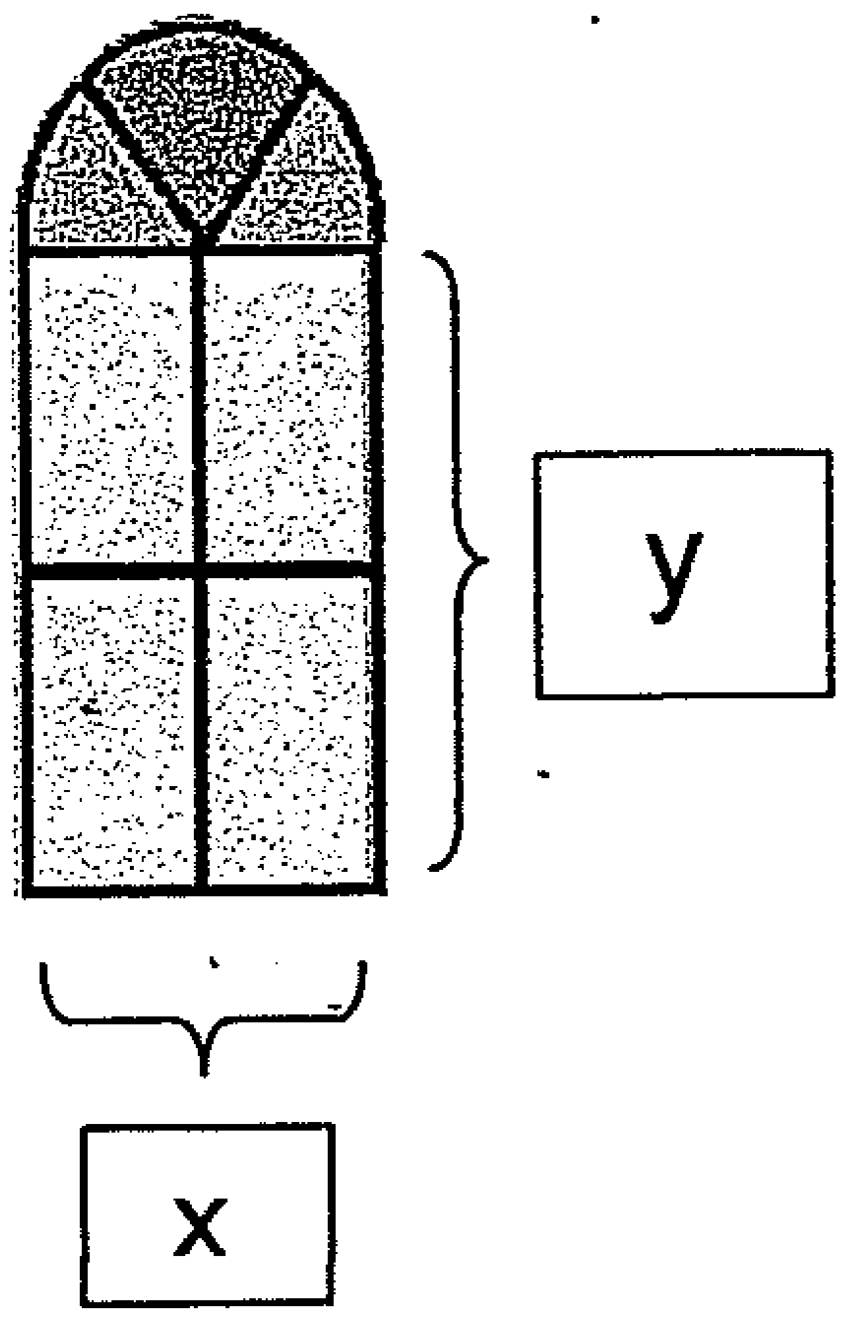
b) Un granjero quiere cercar un terreno rectangular de $400 cm^2$ de área, adyacente a un muro de piedra con alambre.

ESCUELA SUPERIOR DE INFORMÁTICA **24/09/2014**

EXAMEN DE MATEMÁTICA PARA 3° DE BACHILLERATO

I

A) Ventana Normanda



Una ventana Normanda consiste en un rectángulo rematado por un semicírculo como indica la figura. Si el perímetro total de la ventana es de 10 metros, calcula cuáles han de ser las dimensiones de la ventana para que tenga la máxima superficie.

B) Determina $\alpha \in R$ sabiendo que: $\lim_{x \to -\infty} \frac{2x^2+\alpha x+3.\alpha}{-x+2} + 2x = 5$

C) Sea $f(x) = \begin{cases} \frac{3x+4}{x^2+1} & si\, x \leq 2 \\ (x^2+2x-7).e^{-x+2} + 1 & si\, x > 2 \end{cases}$

- Investiga si f(x) es continua en x = 2
- ¿f(x) es derivable en x = 2?

II Dada la función $f(x) = L\left|\frac{x-1}{2x+1}\right| + \frac{ax}{2x+1}$

a) Hallar el valor de **a** para que f(x) presente un extremo relativo en $x = -\frac{2}{7}$

b) Para el valor **a = 1** realiza el estudio analítico y representación gráfica de la función

c) Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico en el punto de abscisa x = - 2

EXAMEN DE MATEMÁTICA 3° EMT – ITS BUCEO – FEB 2013

1) Estudio analítico y representación gráfica de $f(x) = 4 + \ln\left|\dfrac{3x-6}{3x+6}\right|$

2) A) De una función g(x) se sabe que: D(g) = R–{-2}; g(x) = 0 si x= -1,5 y x=-2,5;

$\lim\limits_{x\to -2^{\pm}} g(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to \pm\infty} g(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to \pm\infty} \dfrac{g(x)}{x} = \pm\infty$;

$g'(x) = \dfrac{2(x-1)(x-3)}{(x+2)}$; g(1) = 22; g(3) = 21; g(-5,9) = 45; g(1,9) = 21,6.

Se pide graficar la función g(x).

B) Calcular los límites: i) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left[\left(\dfrac{x}{x+1} - \dfrac{x}{x-1}\right)\sqrt{4x^2+9}\right]$

ii) $\lim\limits_{x\to 1}\left[\dfrac{\left(\sqrt{3x+1} - \sqrt{x^2+3}\right)}{\ln x^2}\right]$ iii) $\lim\limits_{x\to \pm\infty} \dfrac{x+5}{3x^2+1}.e^{\frac{x^3+3x+6}{x+4}}$

C) Dada la función $h(x) = ax - \ln((x-2)(x+2)^3)$

i) Hallar "a" para que h(x) presente extremo relativo en x = 4

ii) Para el valor de "a" hallado estudiar crecimiento, decrecimiento y determinar máximos o mínimos relativos de h(x).

3) i) Hallar las matrices X e Y que cumplen: $\begin{cases} 2X + 3Y = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 10 & -1 \end{pmatrix} \\ -3X + 5Y = \begin{pmatrix} 23 & -19 \\ -15 & 11 \end{pmatrix} \end{cases}$

ii) Hallar la matriz inversa de $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ -1 & 6 & 6 \\ 1 & -1 & 8 \end{pmatrix}$

iii) Hallar la matriz A que cumple: $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ -1 & 6 & 6 \\ 1 & -1 & 8 \end{pmatrix}.A.\begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ -1 & 6 & 6 \\ 1 & -1 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

EXAMEN DE MATEMÁTICA 3° EMT – JULIO 2014

---

1) Estudio analítico y representación gráfica de $g(x) = \dfrac{x+3}{x} + \ln\left|\dfrac{x}{x+3}\right|$

---

1) 2) **A)** De una función f(x) se sabe: D(f)=$R-\{0\}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 0^+$; $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to \pm\infty} f(x) = \pm\infty$; f(-1)=-3; f(x) para $x \to \pm\infty$ tiene la misma asíntota oblicua que $g(x) = \dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$;

Sg f(x) $\quad \underline{\;\;-\;\;\overset{\nexists}{\underset{0}{|}}\;\;+\;\;}$

$sg\, f'(x) = sg\left((3\ln x + 3x - 6)' \right)$; y $sg\, f''(x) = sg\left(\dfrac{1}{x^3}\right)$

Se pide hallar la asíntota oblicua de g(x) y graficar la función f(x).

B) Calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{\ln(x^2+5x+5)}{e^{x^2-1}-1} =$; b) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{-3x^2+\ln(x^4+1)}{x^2-(x+2)^2} =$; c) $\lim\limits_{x\to +\infty} x\left(\sqrt{x^2-4x+1}-x\right) =$

C) Hallar "a" de modo que $f(x) = \ln|2x+2| + \dfrac{x+a}{x}$ tenga extremo relativo en x= -2 y luego para el valor de "a" hallado, estudiar crecimiento y decrecimiento de f(x).

---

3) i) Hallar las matrices M y N sabiendo que: $\begin{cases} 2M+5N = \begin{pmatrix} 4 & -16 & 17 \\ 3 & 5 & 39 \end{pmatrix} \\ \\ -4M+3N = \begin{pmatrix} -8 & 6 & 5 \\ -19 & 29 & -13 \end{pmatrix} \end{cases}$

ii) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, hallar la matriz inversa de A.

iii) Utilizando la matriz hallada, resolver la ecuación $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} . X = \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \\ 22 \end{pmatrix}$

EXAMEN DE MATEMÁTICA 3° EMT 22/2/2016 ESI

1) Estudio analítico y representación gráfica de $f: f(x) = (3x-5).e^{(x+1)/(x-2)}$

2) Los reglamentados eligen 3 partes de las 4

a) Hallar dominio y límites en puntos de discontinuidad de la función $g: g(x) = \frac{L|x^2+2x|}{x(x+1)}$

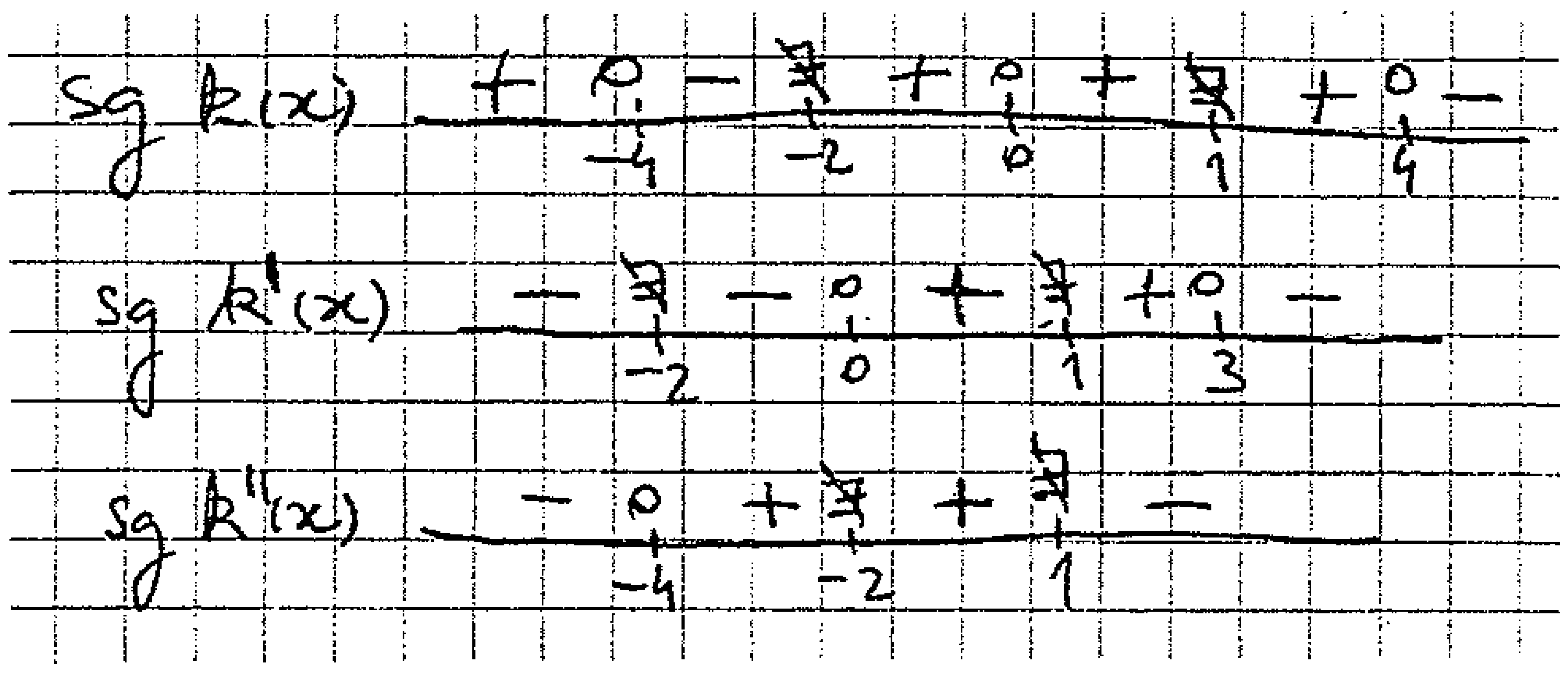
b) Hallar asíntotas oblicuas, intervalos de crecimiento, máximos y mínimos relativos de la función $h: h(x) = L\left|\frac{4x}{2x+1}\right| - x - 7$

c) Graficar una función k que cumpla con los siguientes datos:

$D(k) = \Re - \{-2,1\}$ $\quad$ *k es continua en su dominio* $\quad$ $\lim_{x \to -2^-} k(x) = -1$

$k(2) = 2$ $\quad$ $k(3) = 3$ $\quad$ $\lim_{x \to -2^+} k(x) = +\infty$ $\quad$ $\lim_{x \to 1^-} k(x) = 1$ $\quad$ $\lim_{x \to 1^+} k(x) = 0$

$\lim_{x \to -\infty} k(x) = 2$ $\quad$ $k(2) = -2$ $\quad$ $\lim_{x \to +\infty} k(x) = -\infty$ $\quad$ $\lim_{x \to +\infty} \frac{k(x)}{x} = -1$ $\quad$ $\lim_{x \to +\infty} (k(x) - x) = 5$



d) Hallar la matriz *X* que cumple: $A.X + B^t = A.B$, siendo $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$.

3) Libres

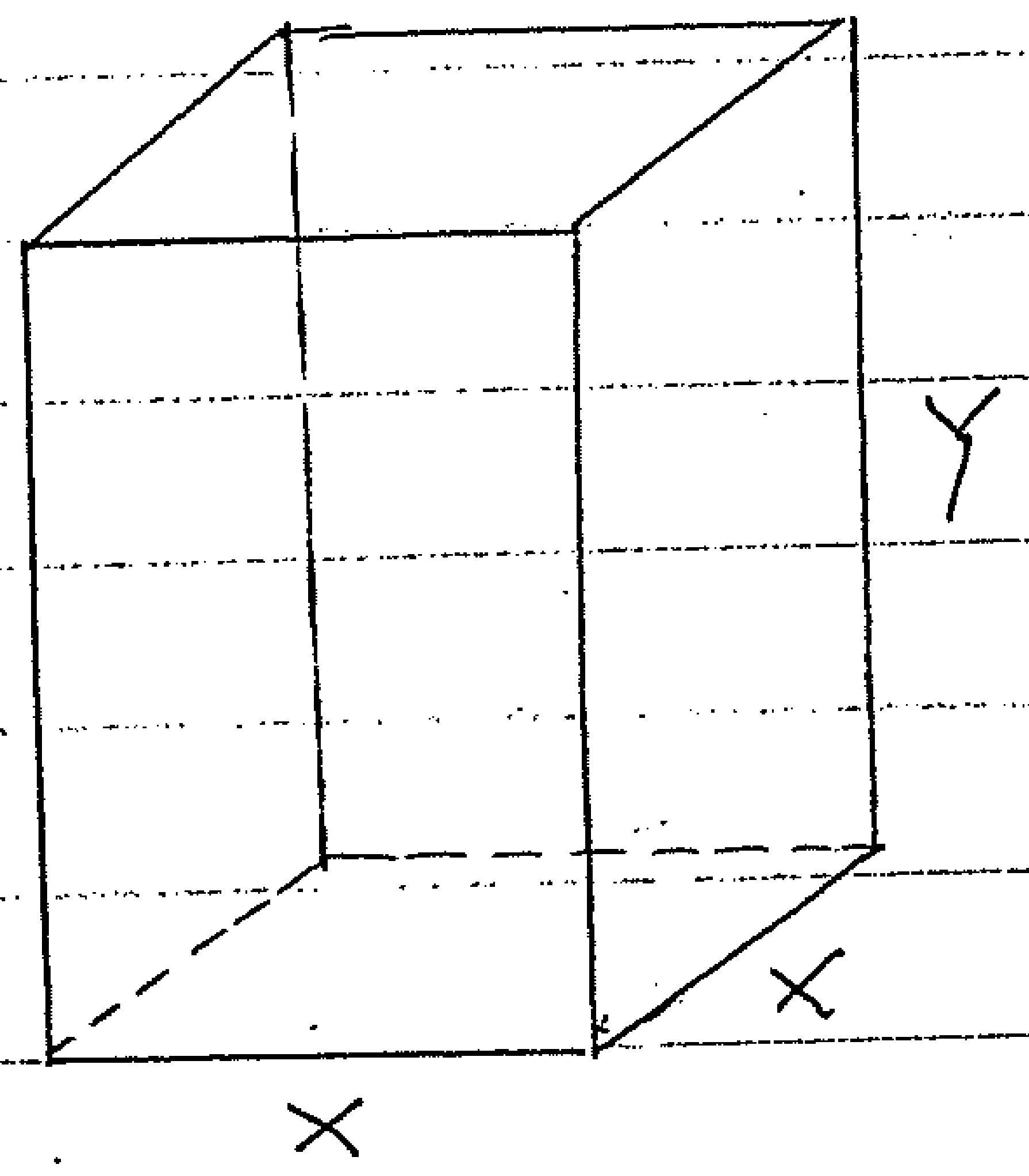
a) Resolver el siguiente sistema de ecuaciones, y discutir qué tipo de sistema es según el valor de $k \in \Re$: $\begin{cases} x + (k+3)y = 2k - 4 \\ (k+1)x + (k+1)y = k^2 + 6k + 16 \end{cases}$

b) Se consideran los puntos $A(5,6)$, $B(-4,-6)$, y $C = (1,4)$.
Hallar:

- Ecuación de la circunferencia es el punto de intersección de las rectas AB y CD, y además pasa por el punto $E(-1,-2)$
- Coordenadas del punto de intersección de la circunferencia anterior con la recta CD

ESI BUCEO | Examen de MATEMÁTICA | 03/12/2012

I A)



Volumen = 2250

. U$S 2 el cm^2 para CARA SUP. e INFERIOR

. U$S 3 el cm^3 para lateral

$$Costo_{TOTAL}(x,y) = (Área_{base} + Área_{tapa}) . 2 + Área_{lat} . 3$$

$$C_{TOTAL}(x,y) = (x^2 + x^2) . 2 + \underbrace{4xy}_{\text{4 caras}} . 3$$

$$C_{TOTAL}(x,y) = (2x^2) . 2 + 12xy$$

$$C_{TOTAL}(x,y) = 4x^2 + 12xy$$

Como: $V = Área_{base} . altura \longrightarrow 2250 = x^2 . y$

$$\boxed{\frac{2250}{x^2} = y}$$

$$C_{TOTAL}(x) = 4x^2 + 12\cancel{x}\left(\frac{2250}{x^{\cancel{2}}}\right)$$

$$C_{TOTAL}(x) = 4x^2 + \frac{27000}{x}$$

$$\boxed{C_{TOTAL}(x) = \frac{4x^3 + 27000}{x}}$$

Para hallar mínimo costo determino $C'(x) = ?$

$$C'(x) = (12x^2)x - \underline{(4x^3 + 27000).1}$$

- $1 = a + 2c$ I
- $0 = b + 2d$ II
- $0 = 3a + 4c$
- $1 = 3b + 4d$

$$\text{I)}\begin{cases} a + 2c = 1 & (-2) \\ 3a + 4c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -2a - 4c = -2 \\ 3a + 4c = 0 \\ \hline a \quad / \quad = -2 \end{array}$$

$$\boxed{a = -2}$$

Luego: $-2 + 2c = 1$

$2c = 1 + 2 \longrightarrow \boxed{c = \frac{3}{2}}$

$$\text{II)}\begin{cases} b + 2d = 0 & (-2) \\ 3b + 4d = 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -2b - 4d = 0 \\ 3b + 4d = 1 \\ \hline b \quad / \quad = 1 \end{array} \Longrightarrow \boxed{b = 1}$$

Sustituyo: $1 + 2d = 0$

$2d = -1 \longrightarrow \boxed{d = -1/2}$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{C^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix}}$$

Ahora necesitas hallar AB

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}_{2\times3} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}_{3\times2} = J_{2\times2}$$

- $j_{11} = -6 + 0 - 1 = -7$
- $j_{12} = -2 + 0 + 2 = 0$
- $j_{21} = 3 + 0 - 5 = -2$
- $j_{22} - 1 - 1 + 10 = 10$

$$= \lim_{x\to 2^+} \frac{\frac{(x+2)-4}{2}}{(x-2)} = \lim_{x\to 2^+} \frac{\frac{x+2-4}{2}}{x-2}$$

$$= \lim_{x\to 2^+} \left(\frac{\cancel{x-2}}{2}\right)\cdot \frac{1}{\cancel{(x-2)}} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$\cdot \lim_{x\to 2^-} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x\to 2^-} \frac{(-2x+6)-2}{x-2}$$

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{-2x+4}{x-2} = \lim_{x\to 2^-} \frac{-2\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}} = \boxed{-2}$$

$$\Downarrow$$

Como: $\lim_{x\to 2^+} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} \neq \lim_{x\to 2^-} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{f(x) \text{ NO ES DERIVABLE en } x=2}$$

c) $AB + CX = D$

$$CX = D - AB$$

$$\underbrace{C^{-1}\cdot C}\cdot X = C^{-1}\cdot(D-AB)$$

$$IX = C^{-1}\cdot(D-AB)$$

$$\boxed{X = C^{-1}(D-AB)}$$

Hay que determinar C^{-1}:

$$C\cdot C^{-1} = C^{-1}\cdot C = I$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{2x-4} & si\ x > 2 \\ ax+6 & si\ x \leq 2 \end{cases}$

Para que f(x) sea CONTINUA en $x=2$ deberá cumplir:

1) $2 \in D(f) \longrightarrow \exists\ f(2)$ Luego: $f(x) = ax+6$

$$\Downarrow$$

$$f(2) = a(2)+6$$

$$\boxed{f(2) = 2a+6}$$

2) $\exists \lim\limits_{x\to 2} f(x) \longrightarrow \exists$ y son iguales los lím. lat.

- $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^2-4}{2x-4} = \dfrac{0}{0}$ indet.

$\sim \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{(x+2)\cancel{(x-2)}}{2\cancel{(x-2)}} = ②$

- $\lim\limits_{x\to +2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} ax+6 = \boxed{2a+6}$

$2 = 2a+6$

$2-6 = 2a$

$-4 = 2a$

$\boxed{-2 = a}$

3) $\underbrace{\lim\limits_{x\to 2} f(x)}_{\downarrow (2)} = \underbrace{f(2)}_{\downarrow (1)}$

$2 \qquad 2$ ✓

Para que f(x) sea DERIVABLE en $x=2$ en primer lugar debe ser CONTINUA en dicho pto.. Luego deberán existir y ser iguales los lím. lat. de la derivada primera

- $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{\dfrac{x^2-4}{2x-4} - 2}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{\dfrac{(x+2)}{2} - 2}{x-2}$

$$\begin{aligned}
&\cdot\ 1 = 0 + c \longrightarrow \\
&\cdot\ 0 = 0 + d \longrightarrow
\end{aligned}
\quad \boxed{\begin{matrix} c = 1 \\ d = 0 \end{matrix}}$$

$$\cdot\ 0 = -a + c \longrightarrow a = c \Longrightarrow \boxed{a = 1}$$

$$\cdot\ 1 = -b + d$$

$$\Rightarrow b = d - 1$$

$$b = 0 - 1 \Longrightarrow \boxed{b = -1}$$

$$\boxed{(MN)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}$$

Calculo: $(T + MN) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}}_{F}$

Volviendo a la ecuación:

$$T^{-1} + (MN)^{-1} = \underbrace{(T + MN)^{-1}}_{F^{-1}}$$

Determino F-1

$$F \cdot F^{-1} = I$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&\cdot\ 1 = a + 0 \longrightarrow \\
&\cdot\ 0 = 1b + 0 \\
&\cdot\ 0 = 1a + 1c \\
&\cdot\ 1 = 1b + 1d
\end{aligned}
\quad \boxed{\begin{matrix} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -1 \\ d = 1 \end{matrix}} \Longrightarrow \boxed{F^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}}$$

$$T^{-1} + (MN)^{-1} = (T + MN)^{-1}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ -1 & 1/2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{?}{=} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- $i_{11} = a - c = 1$
- $i_{12} = b - d = 0$
- $i_{21} = 2a = 0 \Longrightarrow \boxed{a = 0}$
- $i_{22} = 2b = 1 \Longrightarrow \boxed{b = 1/2}$

Sustituyendo: $a - c = 1$

$0 - c = 1 \Longrightarrow \boxed{c = -1}$

$$b - d = 0 \Longrightarrow \frac{1}{2} - d = 0 \Longrightarrow \boxed{d = \frac{1}{2}}$$

De este modo: $\boxed{T^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ -1 & 1/2 \end{pmatrix}}$

Ahora determina M.N

$$M.N = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}_{2\times\textcircled{3}} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_{\textcircled{3}\times 2} = J_{2\times 2}$$

- $j_{11} = (1)(-1) + (2)(2) + (3)(-1) = -1 + 4 - 3 = 0$
- $j_{12} = (1)(0) + (2)(2) + (3)(-1) = 0 + 4 - 3 = 1$
- $j_{21} = (2)(-1) + (1)(2) + (1)(-1) = -2 + 2 - 1 = -1$
- $j_{22} = (2)(0) + (1)(2) + (1)(-1) = 0 + 2 - 1 = 1$

$$\boxed{\underbrace{M.N}_{J} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}}$$

Tendrás que determinar $(MN)^{-1} = J^{-1} \Longrightarrow J.J^{-1} = I$

$\boxed{\text{EJERCICIO 1}}$

Existencia: $\left.\begin{array}{l} x \neq 0 \\ x-5 \neq 0 \Rightarrow x \neq 5 \end{array}\right\} \Rightarrow D(f) = \mathbb{R} - \{0;5\}$

$$\lim_{x\to 0^+} \ln \overset{\nearrow +\infty}{\left|\frac{x-5}{x}\right|} - \left(\overset{\nearrow +\infty}{\frac{3+2x}{x}}\right) = +\infty - \infty \text{ es indeterminado}$$

Sea $z = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{x-5}{x} \sim -\frac{5}{x} = -5z$

$$\frac{3+2x}{x} \sim \frac{3}{x} = 3z \Rightarrow \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{z\to+\infty} \ln|-5z| - 3z = \lim_{z\to+\infty} \ln 5z - 3z$$

Como ord $\ln 5z <$ ord $3z$ para $z\to+\infty \Rightarrow \ln 5z - 3z \sim -3z$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{z\to+\infty} -3z = -\infty$$

$$\lim_{x\to 0^-} \ln \underbrace{\left|\frac{x-5}{x}\right|}_{\swarrow +\infty} - \underbrace{\left(\frac{3+2x}{x}\right)}_{\swarrow -\infty} = +\infty - (-\infty) = +\infty$$

$$\lim_{x\to 5^{\pm}} \ln \underset{\swarrow 0^+}{\left(\left|\frac{x-5}{x}\right|\right)} - \underbrace{\left(\frac{3+2x}{x}\right)}_{\swarrow \frac{13}{5}} = -\infty - \frac{13}{5} = -\infty$$

$$\lim_{x\to\pm\infty} \ln\left|\frac{x-5}{x}\right| - \left(\frac{3+2x}{x}\right) = \lim_{x\to\pm\infty} \left|\frac{x}{x}\right| - \frac{2x}{x} = \ln 1 - 2 = -2$$

$y = -2$ es asíntota para $x \to \pm\infty$

$$f'(x) = \frac{1.x - 1(x-5)}{x^2} \cdot \frac{x}{(x-5)} - \left[\frac{2x - 1(3+2x)}{x^2}\right] = \frac{x - x + 5}{x^2} \cdot \frac{x}{(x-5)}$$

$$- \left[\frac{2x - 3 - 2x}{x^2}\right] = \frac{5}{x(x-5)} + \frac{3}{x^2} = \frac{5x + 3(x-5)}{x^2(x-5)} = \frac{8x-15}{x^2(x-5)}$$

Ceros y signos de $f'(x)$:

+	∄	+	0	−	∄	+
	0		$\frac{15}{8}$		5	

Variación de $f(x)$:

↗	∄	↗	max	↘	∄	↗
	0		$\frac{15}{8}$		5	

$\max = f\left(\frac{15}{8}\right) = 0{,}51 - 3{,}6 \simeq -3{,}1$

$$f''(x) = \frac{8x^2(x-5) - (8x-15)\left[2x(x-5) + x^2 \cdot 1\right]}{x^4(x-5)^2} = \frac{8x^2(x-5) - x(8x-15)(2x-10+x)}{x^4(x-5)^2}$$

$$= \frac{8x(x-5) - (8x-15)(3x-10)}{x^3(x-5)^2} = \frac{8x^2 - 40x - 24x^2 + 80x + 45x - 150}{x^3(x-5)^2}$$

$$= \frac{-16x^2 + 85x - 150}{x^3(x-5)^2}$$

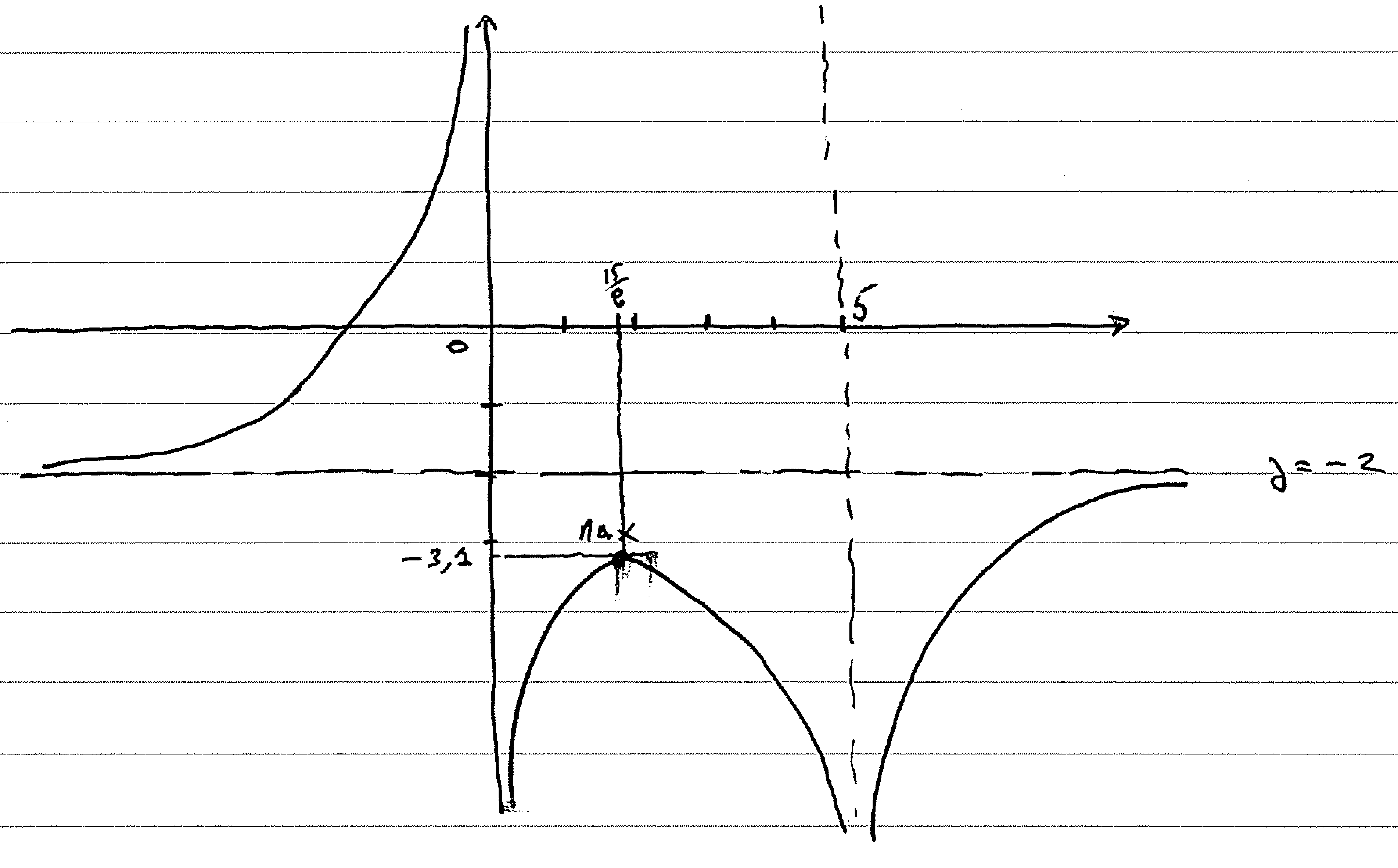
Ceros y signos de $f''(x)$: $-16x^2 + 85x - 150 = 0$ $\Delta = 85^2 - 4(-16)(-150) = -2375$

Ceros y signos de $f''(x)$:

+	∄	−	∄	−
	0		5	

Concavidad :

∪		∩		∩
	0		5	



EJERCICIO 2

a) $$\begin{pmatrix}2 & -1\\ 3 & 5\end{pmatrix} X = \begin{pmatrix}-2 & -2\\ -1 & 5\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-7 & 6\\ 11 & -9\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2 & -2\\ -1 & 5\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}7 & -6\\ -11 & 9\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}2 & -1\\ 3 & 5\end{pmatrix} X = \begin{pmatrix}5 & -8\\ -12 & 14\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}2 & -1\\ 3 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5 & -8\\ -12 & 14\end{pmatrix}$$

$$2a - c = 5 \qquad 2b - d = -8$$

$$3a + 5c = -12 \qquad 3b + 5d = 14$$

$$\begin{array}{rl} 10a - 5c &= 25\\ 3a + 5c &= -12\\ \hline 13a &= 13 \Rightarrow \boxed{a=1}\end{array} \qquad \begin{array}{rl} 10b - 5d &= -40\\ 3b + 5d &= 14\\ \hline 13b &= -26 \Rightarrow \boxed{b=-2}\end{array}$$

$$3 + 5c = -12 \Rightarrow 5c = -15 \qquad -4 - d = -8$$

$$\boxed{c=-3} \qquad -4 + 8 = d \Rightarrow \boxed{d=4}$$

$$\boxed{X = \begin{pmatrix}1 & -2\\ -3 & 4\end{pmatrix}}$$

b) $$\det\begin{pmatrix}a & 1 & -1\\ 2 & 1 & -a\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix} = \det\begin{pmatrix}a & 1 & 0\\ 2 & 1 & 1-a\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix} = (1-a)(-1).\det\begin{pmatrix}a & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$$

$$= (a-1)(a-1) = \boxed{(a-1)^2}$$

c) si $(a-1)^2 \neq 0 \Rightarrow a \neq 1$ el sistema es compatible determinado.

$$\Delta x = \det\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -a \\ 6a & 1 & -1 \end{pmatrix} = \det\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1-a \\ 6a & 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= (1-a)(-1)\cdot\det\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6a & 1 \end{pmatrix} = (a-1)(3-6a) = 3(a-1)(1-2a)$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{3(a-1)(1-2a)}{(a-1)^2} = \frac{3(1-2a)}{a-1} \Rightarrow \boxed{x = \frac{3(1-2a)}{a-1}}$$

$$\Delta y = \det\begin{pmatrix} a & 3 & -1 \\ 1 & 2 & -a \\ 1 & 6a & -1 \end{pmatrix} = \det\begin{pmatrix} a & 3 & a-1 \\ 1 & 2 & 1-a \\ 1 & 6a & 0 \end{pmatrix} = \det\begin{pmatrix} a+1 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 1-a \\ 1 & 6a & 0 \end{pmatrix}$$

$$= (1-a)(-1)\cdot\det\begin{pmatrix} a+1 & 5 \\ 1 & 6a \end{pmatrix} = (a-1)\left[6a^2+6a-5\right]$$

$$\Delta y = (a-1)(6a^2+6a-5) \Rightarrow y = \frac{(a-1)(6a^2+6a-5)}{(a-1)^2} = \boxed{\frac{6a^2+6a-5}{a-1}}$$

$$\Delta z = \det\begin{pmatrix} a & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 6a \end{pmatrix} = \det\begin{pmatrix} a-1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 6a \end{pmatrix} = (a-1)\det\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 6a \end{pmatrix}$$

$$\Delta z = (a-1)(6a-2) = 2(a-1)(3a-1) \Rightarrow z = \frac{2(a-1)(3a-1)}{(a-1)^2}$$

$$\boxed{z = \frac{2(3a-1)}{(a-1)}}$$

si $a=1 \Rightarrow (a-1)^2 x = 3(a-1)(1-2a) \Rightarrow 0x = 0$

$(a-1)^2 y = (a-1)(6a^2+6a-5) \Rightarrow 0y = 0$

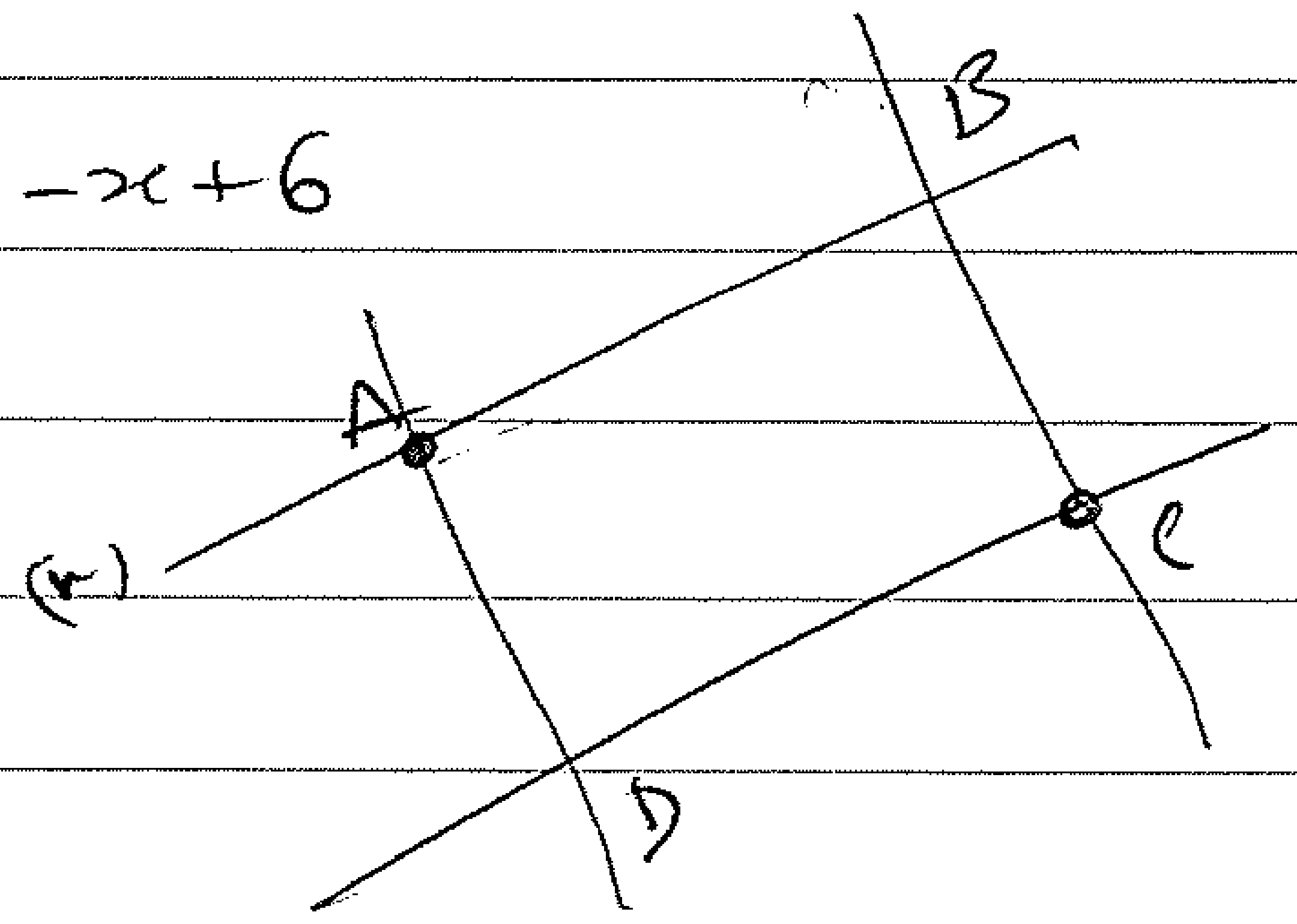
$(a-1)^2 z = 2(a-1)(3a-1) \Rightarrow 0z = 0$

el sistema es compatible indeterminado.

Ejercicio 3

③ r) $y = -x + 6$

(*)



$(r) = \overline{AB} \Rightarrow m_{AB} = -1$

luego $\overline{AD} \perp r \Rightarrow m_{AD} = 1$

$\overline{AD})\ \boxed{y = x + 2}$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC} \Rightarrow m_{BC} = 1 \Rightarrow \overline{BC})\ \boxed{y = x - 6}$

$\overline{BC} / r \equiv B \Rightarrow B \equiv \begin{cases} y = x - 6 \\ y = -x + 6 \end{cases} \xrightarrow{\text{sumo}} 2y = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_B = 0 \\ x_B = 6 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{B(6,0)}$

$\overline{DC} \parallel r \Rightarrow m_{DC} = -1 \Rightarrow (\overline{DC})\ y = -x + 14$

$D \equiv \overline{AD} / \overline{DC} \Rightarrow D \equiv \begin{cases} y = x + 2 \\ y = -x + 14 \end{cases} \Rightarrow \boxed{D\ (6,8)}$

(*)(*) $\square ABCD$ es un cuadrado (porque es rectángulo y los lados miden $\sqrt{32}$)

$\overline{AB} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$ $\qquad$ $\overline{AD} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$

$\overline{DC} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$ $\qquad$ $\overline{BC} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$

(*)(*)(*) Área del cuadrado es lado por lado:

$$\text{Área} = \sqrt{32} \cdot \sqrt{32} = (\sqrt{32})^2 = 32 \text{ (unidades cuadradas)}$$