MATEMATICA 3º
DICIEMBRE 2013

PROPUESTA C/SOLUCIÓN

16 Hojas

INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DEL BUCEO 13/12/2013

EXAMEN DE MATEMÁTICA PARA TERCERO DE BACHILLERATO

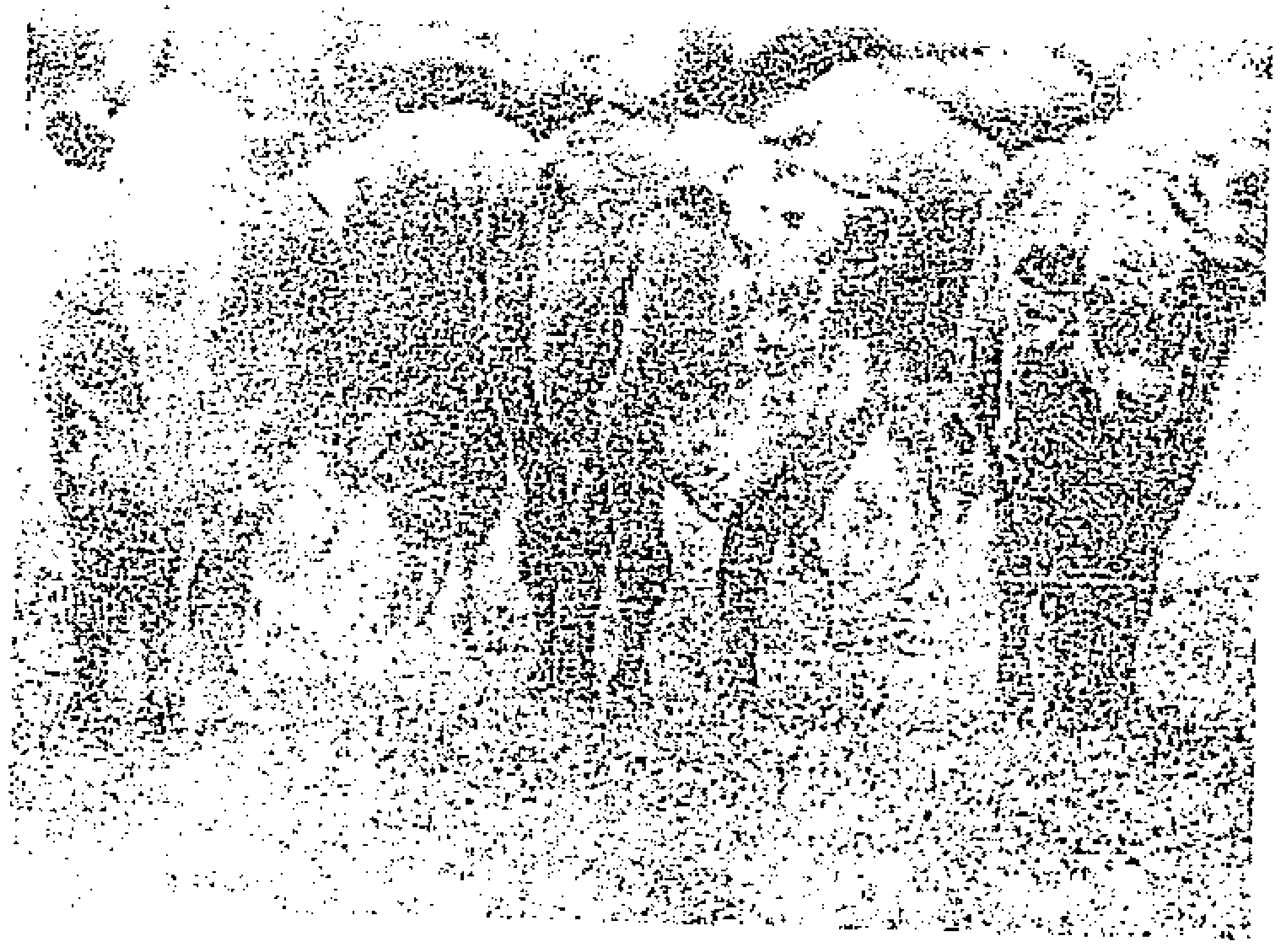
PRUEBA PRÁCTICA	
PRUEBA TEÓRICA	

I

A. Resolver la siguiente ecuación matricial: A . X = B siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

B.



FERIA
GANADERA

Una feria ganadera permanece abierta al público desde las 10 hasta las 20 horas. Se sabe que el número de visitantes diarios viene dado por:

$$N(t) = -20.(A-t)^2 + B \qquad 10 \leq t \leq 20$$

Sabiendo que a las 17 horas se alcanza el máximo de 1500 visitantes, determina el valor de A y de B.

II

a) Resuelve y discute en función del parámetro:

$$\begin{cases} kx + y + z = k \\ x + ky + z = k \\ x + y + kz = k \end{cases}$$

b) Calcular:

- $\lim_{x\to -1} \dfrac{e^{3x+5} - e^2}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}$

- $\lim_{x\to 2} \dfrac{\ln(x^2 + x - 5)}{x^2 - 4}$

III

Realiza el estudio analítico y representación gráfica de la siguiente función:

$$f(x) = 9x - 7 + \ln\left|\frac{5x-4}{3x+2}\right|$$

Nota:

Cuentas con lo que deberá darte la derivada primera a los efectos de poder verificar que no te has equivocado:

$$f'(x) = \frac{135.x^2 - 18x - 50}{(5x-4).(3x+2)}$$

BACHILLERATO | MATEMÁTICA | 13/12/2013

1 A) Resolver la siguiente ecuación matricial: $AX = B$ siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$AX = B$$

$$A^{-1}AX = A^{-1}B$$

$$IX = A^{-1}B \longrightarrow \boxed{X = A^{-1}B}$$

necesito hallar A^{-1}: $(A|I) \longrightarrow (I|A^{-1})$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} \enclose{circle}{2} & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{F_1 \to \frac{1}{2}F_1} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ \enclose{circle}{3} & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$F_2 \longrightarrow F_2 - 3F_1$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & \enclose{circle}{1/2} & -1/2 & -3/2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \xleftarrow{F_3 \to F_3 - 2F_1} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -1/2 & -3/2 & 1 & 0 \\ \enclose{circle}{2} & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$F_2 \longrightarrow 2F_2$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \enclose{circle}{1/2} & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{F_1 \to F_1 - \frac{1}{2}F_2} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & \enclose{circle}{-1} & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$F_2 \longrightarrow F_2 + F_3$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \enclose{circle}{1} & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & 2 & 1 \end{array}\right)$$

$N'(t) = -20 \cdot 2(A-t)(-1)$

$N'(t) = -40(A-t)(-1)$

$N'(t) = 40(A-t)$

$\boxed{N'(t) = 40A - 40t}$

Otra forma de hallar $N'(t)$:

$N(t) = -20(A-t)^2 + B$

$N(t) = -20(A^2 - 2At + t^2) + B$

$N(t) = -20A^2 + 40At - 20t^2 + B$

$\downarrow$

$\boxed{N'(t) = 40A - 40t}$

Luego $N'(t) \overset{\text{raíz}}{=} 0$

$N'(t) = 40A - 40t = 0 \longleftrightarrow 40t = 40A$

$\longleftrightarrow t = A$

Sg $N'(t)$: $+ \quad \overset{0}{\underset{A}{|}} \quad -$

$A \rightarrow$ Máximo

Según dato: Máximo $(17, \underbrace{1500}_{N(17)})$

$\downarrow$

$\boxed{A = 17}$

$N(17) = -20(17-17)^2 + B$

$1500 = 0 + B \Longrightarrow \boxed{B = 1500}$

$$\xrightarrow{\quad} \qquad F_2 - F_3 \left(\begin{matrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{matrix}\;\middle|\;\underbrace{\begin{matrix}3&-1&-1\\-4&2&1\\-1&0&1\end{matrix}}_{A^{-1}}\right)$$

iendo a la ecuación matricial: $X = A^{-1}B$

$$= \underset{3\times3}{\left(\begin{matrix}3&-1&-1\\-4&2&1\\-1&0&1\end{matrix}\right)}\underset{3\times1}{\left(\begin{matrix}2\\-3\\1\end{matrix}\right)} \longrightarrow \underset{3\times1}{X} = \left(\begin{matrix}x_{11}\\x_{21}\\x_{31}\end{matrix}\right)$$

$X_{1} = 6 + 3 - 1 = 8$

$x_{21} = -8 - 6 + 1 = -13$

$x_{31} \quad -2 + 0 + 1 = -1$

$$\boxed{X = \left(\begin{matrix}8\\-13\\-1\end{matrix}\right)}$$

Una feria ganadera permanece abierto al público desde las 10 hasta las 20^{00} horas. Se sabe que el nº de visitantes diarias viene dado por:

$$N(t) = -20(A-t)^2 + B \;/\; 10 \leq t \leq 20$$

iendo que a las 17 horas se alcanza el máximo de 00 visitantes, determina el valor de A y B

solución: Los valores máximos y/o mínimos de una función se alcanzan cuando la derivada primera se anula y hay un CAMBIO de signo a uno y otro lado

Resuelve y discute en función del parámetro

$$\begin{cases} Kx + y + z = K \\ x + Ky + z = K \\ x + \quad + Kz = K \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} K & 1 & 1 \\ 1 & K & 1 \\ 1 & 1 & K \end{vmatrix} = (K^3+1+1)-(K+K+K)$$

Sarrus

$$\begin{matrix} K & 1 & 1 \\ 1 & K & 1 \end{matrix}$$

$$\Delta = K^3 - 3K + 2$$

Ruffini

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 0 & -3 & 2 \\ ① & & 1 & 1 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

$$K^2 + K - 2 = 0$$

$$K = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4(1)(-2)}}{2(1)}$$

$$K = \frac{-1 \pm 3}{2} \begin{cases} \nearrow \textcircled{-2} \\ \searrow ① \end{cases}$$

$$\boxed{\Delta = 1(\quad -1)^2(K+2)}$$

$$X = \begin{vmatrix} K & 1 & 1 \\ K & K & 1 \\ K & 1 & K \end{vmatrix} = (K^3+K+K)-(K^2+K+K^2)$$

Sarrus

$$\begin{matrix} K & 1 & 1 \\ K & K & 1 \end{matrix}$$

$$X = K^3 + 2K - 2K^2 - K$$

$$X = K^3 - 2K^2 + K$$

$$X = K\underbrace{(K^2 - 2K + 1)}$$

$$K = \frac{2 \pm \sqrt{4-4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$K = \frac{2 \pm 0}{2} = 1 \text{ R.D}$$

$$\boxed{\quad\quad)^2}$$

$$Y = \begin{vmatrix} K & K & 1 \\ 1 & K & 1 \\ 1 & K & K \end{vmatrix} = (K^3 + K + K) - (K + K^2 + K^2)$$

$$\begin{array}{lccc} \text{Sarrus} & K & K & 1 \\ & 1 & K & 1 \end{array}$$

$$Y = K^3 + 2K - 2K^2 - K$$

$$Y = K^3 - 2K^2 + K$$

$$Y = K\underbrace{(K^2 - 2K + 1)}_{K = 1 \text{ Raíz doble}}$$

$$\boxed{Y = K(K-1)^2}$$

$$Z = \begin{vmatrix} K & 1 & K \\ 1 & K & K \\ 1 & 1 & K \end{vmatrix} = (K^3 + K + K) - (K^2 + K^2 + K)$$

$$\begin{array}{lccc} \text{Sarrus} & K & 1 & K \\ & 1 & K & K \end{array}$$

$$= K^3 + 2K - 2K^2 - K$$

$$= K^3 - 2K^2 + K$$

$$= K(K^2 - 2K + 1)$$

$$\boxed{Z = K(K-1)^2}$$

Discusión

Si $\Delta \neq 0 \longrightarrow$ SCD

Pues $\Delta = (K-1)^2(K+2) \neq 0 \longleftrightarrow \boxed{\begin{array}{l} K \neq 1 \\ K \neq -2 \end{array}}$

En ese caso, la solución del SCD vendrá dada por:

$$x = \frac{X}{\Delta} = \frac{K\cancel{(K-1)^2}}{\cancel{(K-1)^2}(K+2)} = \frac{K}{K+2} = y = z$$

Solución del SCD $\left\{ \frac{K}{K+2}, \frac{K}{K+2}, \frac{K}{K+2} \right\}$

Si $\Delta = 0 \rightarrow$ No tengo SCD

Como $\Delta = (K-1)^2(K+2) = 0 \longleftrightarrow \begin{cases} K=1 \\ K=-2 \end{cases}$

Si $\boxed{K=1} \longrightarrow \left.\begin{array}{l} \Delta = 0 \\ X = 0 \\ Y = 0 \\ Z = 0 \end{array}\right\}$ Sist. Compatible Indeterminado

Si $\boxed{K=-2} \longrightarrow \left.\begin{array}{l} \Delta = 0 \\ X \neq 0 \\ Y \neq 0 \\ Z \neq 0 \end{array}\right\}$ Sist. Incompatible

B) Calcular:

a) $$\lim_{x \to -1} \frac{e^{\overset{\to -2}{3x+5}} - e^{2}}{\underbrace{x^3+2x^2-5x-6}_{0}} \xrightarrow{} 0 \qquad = \frac{0}{0} \text{ indeterminado}$$

EQUIVALENTE: $\boxed{\begin{array}{l} e^{u}-1 \sim u \\ u \to 0 \end{array}}$

$$\lim_{x \to -1} \frac{e^{2}\left(e^{3x+5-2} - 1\right)}{x^3+2x^2-5x-6} = \lim_{x \to -1} \frac{e^{2}\left(e^{\overset{u \to 0}{3x+3}} - 1\right)}{x^3+2x^2-5x-6}$$

$$\sim \lim_{x \to -1} \frac{e^{2}(3x+3)}{\underbrace{x^3+2x^2-5x-6}}$$

Trato de FACTOREAR

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -5 & -6 \\ -1 & & -1 & -1 & 6 \\ \hline & \underbrace{1 \quad 1 \quad -6} & & & 0 \end{array}$$

$x^2+x-6=0$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1-4(1)(-6)}}{2(1)}=\frac{-1\pm5}{2}\begin{array}{l}\nearrow -3\\ \searrow 2\end{array}$$

$$x^3+2x^2-5x-6=\boxed{1(x+1)(x+3)(x-2)}$$

Haciendo el límite:

$$\sim\lim_{x\to-1}\frac{e\,\overbrace{(3x+3)}^{\text{FACTOR COMÚN}}}{(x+1)(x+3)(x-2)}=\lim_{x\to-1}\frac{e^2\cdot3\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}(x+3)(x-2)}$$

$$=\lim_{x\to-1}\frac{3e^2}{\underbrace{(x+3)}_{2}\underbrace{(x-2)}_{-3}}=\frac{3e^2}{-6}=\boxed{-\frac{1}{2}e^2}$$

b) $$\lim_{x\to2}\overset{0}{\left(\frac{\overbrace{(x^2+x-5)}^{1}}{\underbrace{x^2-4}_{0}}\right)}=\frac{0}{0}\text{ indet.}$$

EQUIVALENTE: $\ln u\sim u-$
$u\to1$

$$\sim\lim_{x\to2}\frac{(x^2+x-5)-1}{x^2-4}=\lim_{x\to2}\frac{x^2+x-6}{x^2-4}=\frac{0}{0}\text{ in}$$

[illegible]:

Numerador: $x^2+x-6=\boxed{1(x+3)(x-2)}$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1-4(1)(-6)}}{2(1)}=\frac{-1\pm5}{2}\begin{array}{l}\nearrow -3\\ \searrow 2\end{array}$$

Vuelvo al límite:

$$\Rightarrow \lim_{x \to 2} \frac{\overset{\to 5}{(x+3)}\cancel{(x-2)}}{\underset{\to 4}{(x+2)}\cancel{(x-2)}} = \boxed{\frac{5}{4}}$$

I EA y RS $f(x) = 9x - 7 + L\left|\frac{5x-4}{3x+2}\right|$

) Dominio

Denominador: $3x+2=0$

$3x = -2 \rightarrow x = -2/3$

Logaritmando:

$$\left|\frac{5x-4}{3x+2}\right| > 0 \rightarrow \left|\frac{5x-4}{3x+2}\right| = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{5x-4}{3x+2} = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$5x - 4 = 0$$

$$x = 4/5$$

$$\boxed{D(f) = R - \left\{\frac{-2}{3}, \frac{4}{5}\right\}}$$

2) Paridad e imparidad

$$f(-x) = -9x - 7 + L\left|\frac{-5x-4}{-3x+2}\right| = -9x - 7 + L\left|\frac{5x+4}{3x-}\right.$$

$f(x)$

$$-f(-x) = -\left[-9x - 7 + L\left|\frac{5x+4}{}\right|\right] = 9x + 7 - L\left|\frac{5x+4}{}\right|$$

) Continuidad

$$\lim_{x\to -2/3^+} \underbrace{9x-7}_{k} + \overbrace{L\left|\frac{\overset{k}{5x-4}}{\underset{0^+}{3x+2}}\right|}^{+\infty \quad +\infty} = \boxed{+\infty}$$

$sg(3x+2)$ $\quad - \overset{0}{\underset{-2/3}{|}} +$

$$\lim_{x\to -2/3^-} \underbrace{9x-7}_{k} + \underbrace{L\left|\frac{\overset{k}{5x-4}}{\underset{0^-}{3x+2}}\right|}_{+\infty} = \boxed{+\infty}$$

$$\lim_{x\to 4/5^+} \underbrace{9x-7}_{k} + \underbrace{L\left|\underbrace{\frac{5x-4}{3x+2}}_{0^+}\right|}_{-\infty} = \boxed{-\infty}$$

$$\lim_{x\to 4/5^-} \underbrace{9x-7}_{k} + \underbrace{L\left|\underbrace{\frac{5x-4}{3x+2}}_{0^+}\right|}_{-\infty} = \boxed{-\infty}$$

) Ceros y signo

No se estudian ahora.

) Ramas infinitas

$$\lim_{x\to +\infty} f(x) \quad \lim \underbrace{9x-7}_{+\infty} + \overbrace{L\left|\boxed{\frac{5x-4}{3x+2}}\right|}^{L|5/3|} = \boxed{+\infty}$$

$\frac{\infty}{\infty}$ indet $\sim \frac{5\cancel{x}}{3\cancel{x}} =$

6) Asíntotas

Como $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \infty \longrightarrow$ calculo m

$$m = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{9x - 7 + L\left|\frac{5x-4}{3x+2}\right|}{x}$$

$$= \lim_{x \to \pm\infty} \frac{9\cancel{x}}{\cancel{x}} - \underbrace{\frac{7}{x}}_{0} + \underbrace{\underbrace{\frac{1}{x}}_{0} \cdot \underbrace{L\left|\frac{5x-4}{3x+2}\right|}_{L\left|\frac{5}{3}\right|}}_{0}$$

$$\boxed{m = 9}$$

para calcular n:

$$n = \lim_{x \to \pm\infty} f(x) - mx$$

$$n = \lim_{x \to \pm\infty} \cancel{9x} - 7 + \underbrace{L\left|\overset{5/3}{\frac{5x-4}{3x+2}}\right|}_{L\left|\frac{5}{3}\right|} - \cancel{9x} = -7 + L\left|\frac{5}{3}\right|$$

$$\boxed{n = -7 + L\left|\frac{5}{3}\right|}$$

$$\text{A: } y = 9x + \left(-7 + L\left|\frac{5}{3}\right|\right) \quad \text{para } x \to \pm\infty$$

7) Derivada primera

$$f(x) = 9x - 7 + L\left|\frac{5x-4}{3x+2}\right|$$

$$f'(x) = 9 + \frac{1}{\left(\frac{5x-4}{3x+2}\right)} \cdot \left(\frac{5x-4}{3x+2}\right)'$$

$$f'(x) = 9 + \frac{\cancel{(3x+2)}}{(5x-4)} \cdot \left[\frac{5(3x+2) - (5x-4)3}{(3x+2)^{\cancel{2}}} \right]$$

$$f'(x) = 9 + \frac{1}{(5x-4)} \cdot \left[\frac{\cancel{15x} + 10 - \cancel{15x} + 12}{(3x+2)} \right]$$

$$f'(x) = \frac{9(5x-4)(3x+2) + 22}{(5x-4)(3x+2)}$$

$$f'(x) = \frac{9(15x^2+10x-12x-8)+22}{(5x-4)(3x+2)}$$

$$f'(x) = \frac{135x^2 + \overbrace{90x - 108x} - 72 + 22}{(5x-4)(3x+2)}$$

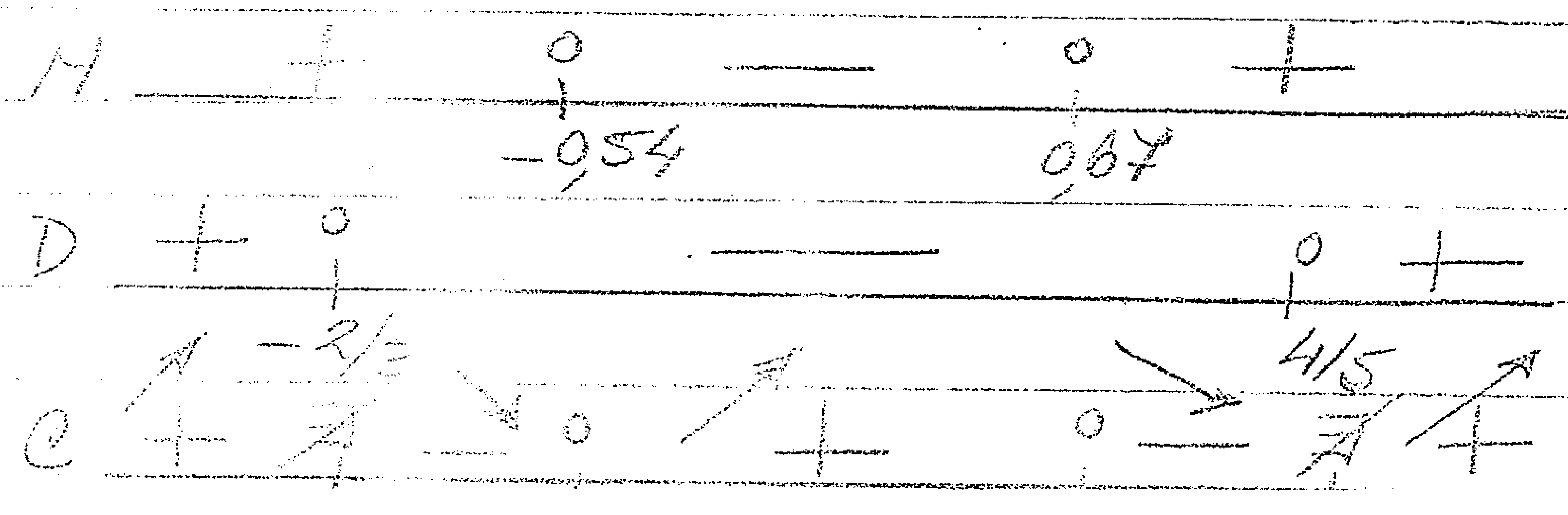
$$\boxed{f'(x) = \frac{135x^2 - 18x - 50}{(5x-4)(3x+2)}}$$

8) Ceros y signo de f'(x)

Numerador: $135x^2 - 18x - 50 = 0$

$$x = \frac{18 \pm \sqrt{324 - 4(135)(-50)}}{270}$$

$$x = \frac{18 \pm 165,30}{270} \rightarrow 0,67 \quad \rightarrow -0,54$$



9) Coordenadas de extremos relativos

ínimo $\left(-0{,}54,\ f(-0.54)\right) \ /\ f(-0.54) = -9{,}0$

Máximo $\left(0.67,\ f(0.67)\right) \ /\ f(0.67) = -2.8$

$$\boxed{\text{mínimo } (-0.54,\ -9.0) \quad \text{Máximo } (0.67,\ -2.8)}$$

0) Derivada segunda

$$f'(x) = \frac{135x^2 - 18x - 50}{(5x-4)(3x+2)}$$

$$f''(x) = \frac{(270x-18)(5x-4)(3x+2) - (135x^2-18x-50)\left[5(3x+2) + (5x-4)\right.}{(5x-4)^2(3x+2)^2}$$

$$f''(x) = \frac{18(15x-1)(5x-4)(3x+2) - (135x^2-18x-50)(30x-2)}{(5x-4)^2(3x+2)^2}$$

$$f''(x) = \frac{\overline{18(15x-1)(5x-4)(3x+2)} - \overline{(135x^2-18x-50)2(15x-1)}}{(5x-4)^2(3x+2)^2}$$

$$f''(x) = \frac{2(15x-1)\left[9(5x-4)(3x+2) - (135x^2-18x-50)\right]}{(5x-4)^2(3x+2)^2}$$

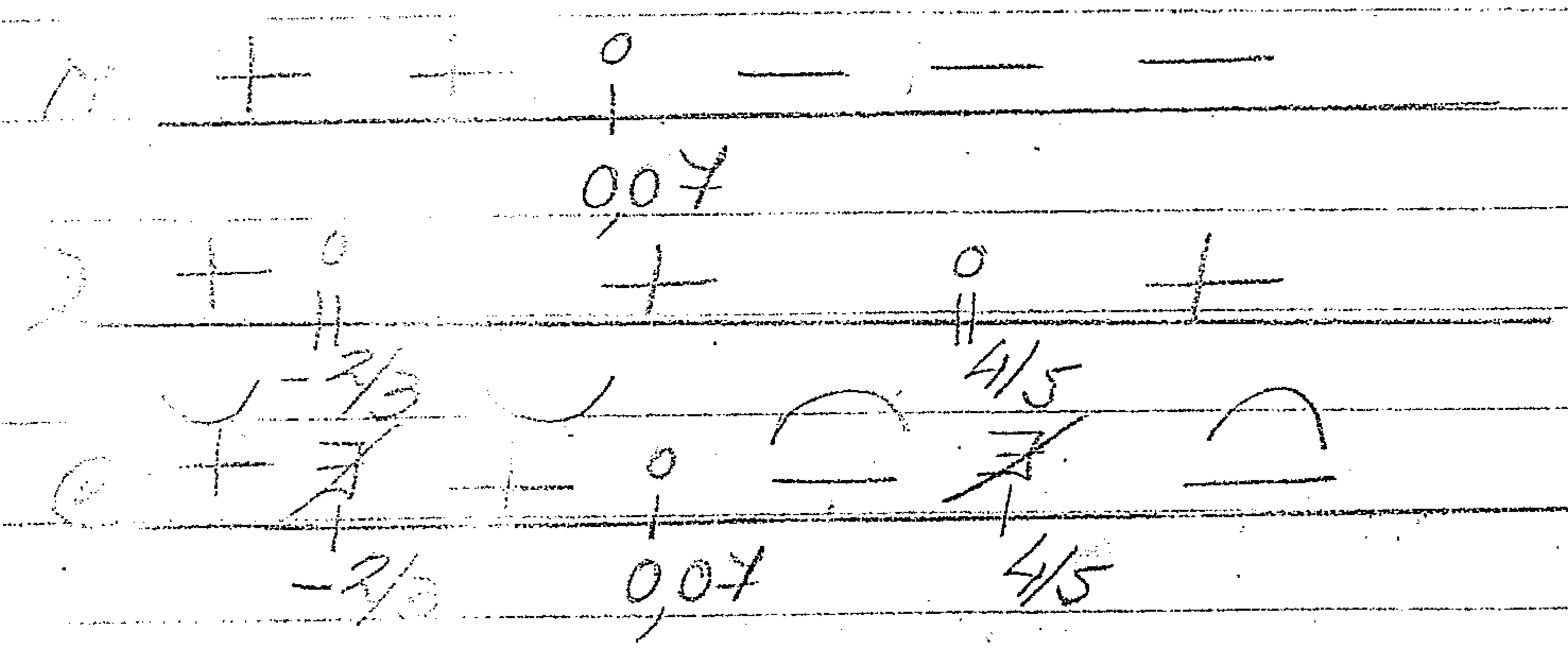
$$f''(x) = \frac{2(15x-1)\left[9(15x^2+10x-12x-8) - 135x^2+18x+50\right]}{(5x-4)^2(3x+2)^2}$$

$$f''(x \quad \frac{2(15x-1)\left[\cancel{135x^2} - \cancel{18x} - 72 - \cancel{135x^2} + \cancel{18x} + 50\right]}{(5x-4)^2(3x+2)^2}$$

$$f''(x) = \frac{2(15x-1)(-22)}{(5x-4)^2(3x+2)^2}$$

$$\boxed{f''(x) = \frac{-44(15x-1)}{(5x-4)^2(3x+2)^2}}$$

) Ceros y signo de la derivada Segunda

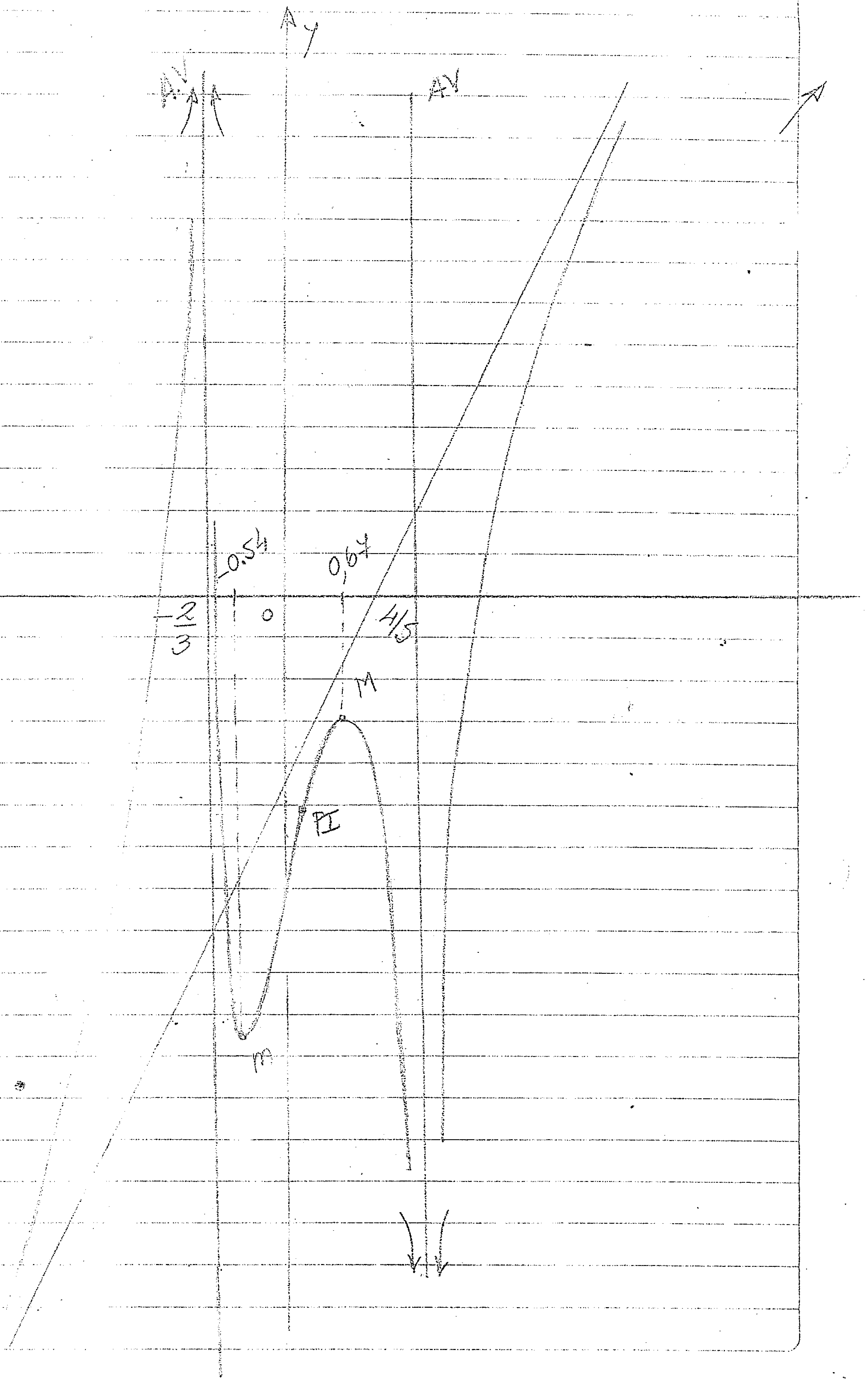


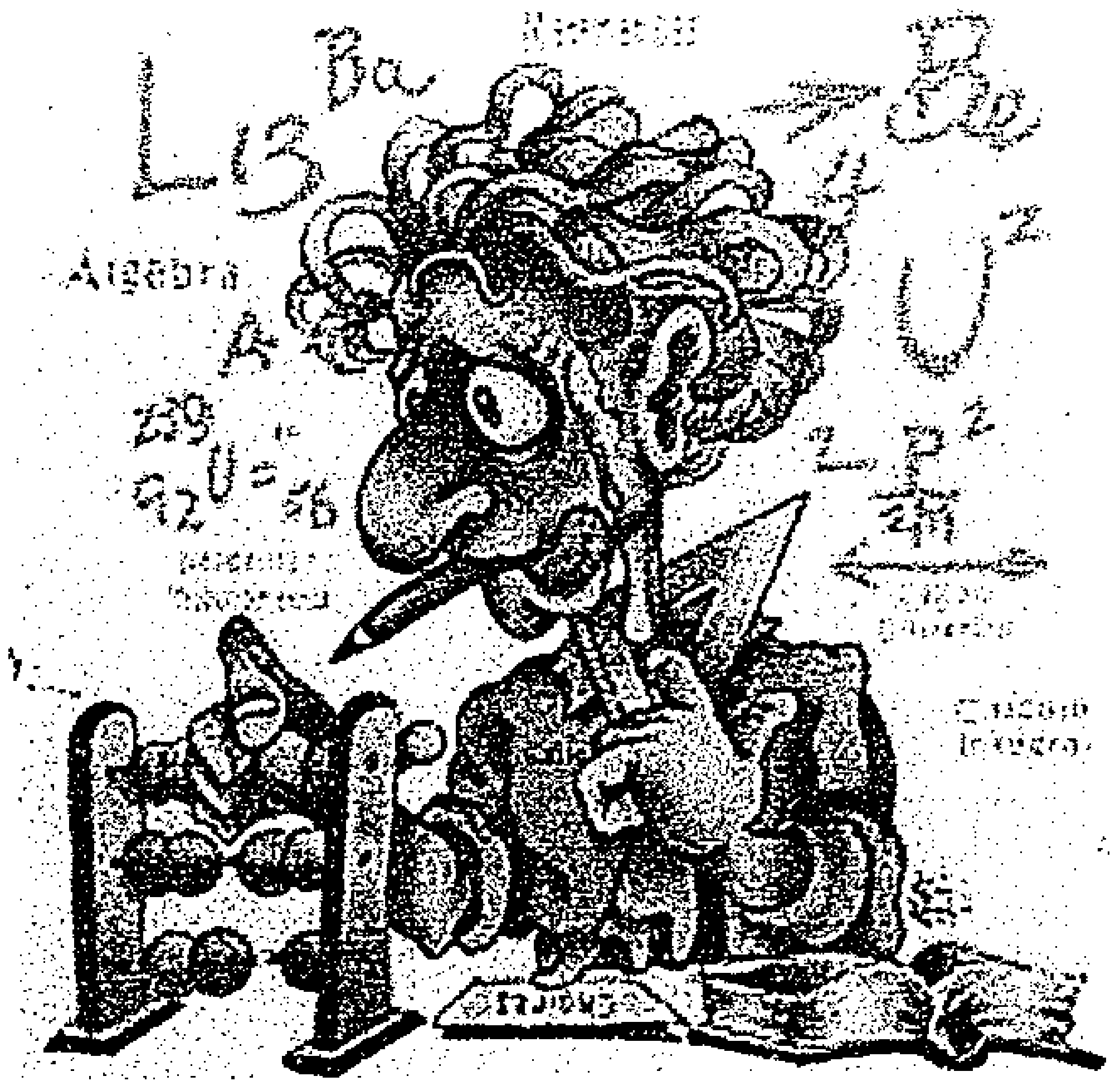
Punto de inflexión

) Coordenadas del Pto de inflexión

Pto inflexión $(0.07, f(0.07))$ / $f(0.07) = -3.9$

$\boxed{\text{Pto inflexión } (0.07, -3.9)}$


y
AV
AV
-0.54
0,67
$-\frac{2}{3}$
0
4/5
M
PI
m



EXAMEN FINAL PRÁCTICO DE ANÁLISIS Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

1

Sea: $f(x) = (a.x + b).e^{\frac{1}{x}}$

- Hallar los valores de **a** y **b** sabiendo que la ecuación de la recta tangente a la curva por el punto de abscisa x = 1 es: $y = 2e.(x - 1) - e$
- Investiga si la función en cuestión tiene máximos y o mínimos. En caso de tenerlos determina sus coordenadas

2

Realiza el estudio analítico y la representación gráfica de la función:

$$f(x) = 3x - 6 + \ln\left|\frac{2x-5}{x-1}\right|$$

3

Dada $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -3 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

a) Hallar A^{-1}
b) Calcular $|A|$
c) Resuelve la siguiente ecuación matricial: $X.A + A^T = I$

4

El lado desigual de un triángulo isósceles ABC, tiene por extremos A (1 , - 2) y B (4 , 3). El vértice C está en la recta: $3x - y + 8 = 0$. Halla las coordenadas de C y calcula el área del triángulo.

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -7 & 0 \\ -2 & 10 \end{pmatrix}$$

Volviendo al despeje: $X = C^{-1}(D - AB)$

$$X = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} -9 & 3 \\ -8 & 17 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -7 & 0 \\ -2 & 10 \end{pmatrix} \right]$$

$$X = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -6 & 7 \end{pmatrix}$$

- $x_{11} = (-2)(-2) + (1)(-6) = 4 - 6 = -2$
- $x_{12} = (-2)(3) + (1)(7) = -6 + 7 = 1$
- $x_{21} = -\left(\frac{3}{2}\right)(2) + \left(\frac{1}{2}\right)6 = -3 + 3 = 0$
- $x_{22} = \left(\frac{3}{2}\right)(3) + \left(\frac{-1}{2}\right)7 = \frac{9}{2} - \frac{7}{2} = 1$

$$X = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1/2 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

II A) $f(x) = x + \dfrac{4}{x+1}$

1) Dominio

- denominador: $x+1 = 0 \longrightarrow x = -1$

$$\boxed{D(f) = R - \{-1\}}$$

2) Paridad e imparidad

- $f(-x) = -x + \dfrac{4}{-x+1} \neq f(x)$ No es PAR
- $-f(-x) = -\left[-x + \dfrac{4}{-x+1}\right] = x + \dfrac{4}{x-1} \neq f(x)$ No es IMPAR

3) Continuidad

ANTES DE REMPLAZAR X POR LA TENDENCIA REDUZCO A COMÚN DENOMINADOR

- $\lim\limits_{x \to -1^+} x + \dfrac{4}{x+1} = \lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{x(x+1)+4}{x+1}$

$$\lim_{x \to -1^+} \frac{\overbrace{x^2+x+4}^{4}}{\underbrace{x+1}_{0^+}} = \boxed{+\infty}$$

- $$\lim_{x \to -1^-} \frac{\overbrace{x^2+x+4}^{4}}{\underbrace{x+1}_{0^-}} = \boxed{-\infty}$$

4) Ceros y signo

$$f(x) = x + \frac{4}{x+1} \qquad f(x) = \frac{x(x+1)+4}{x+1}$$

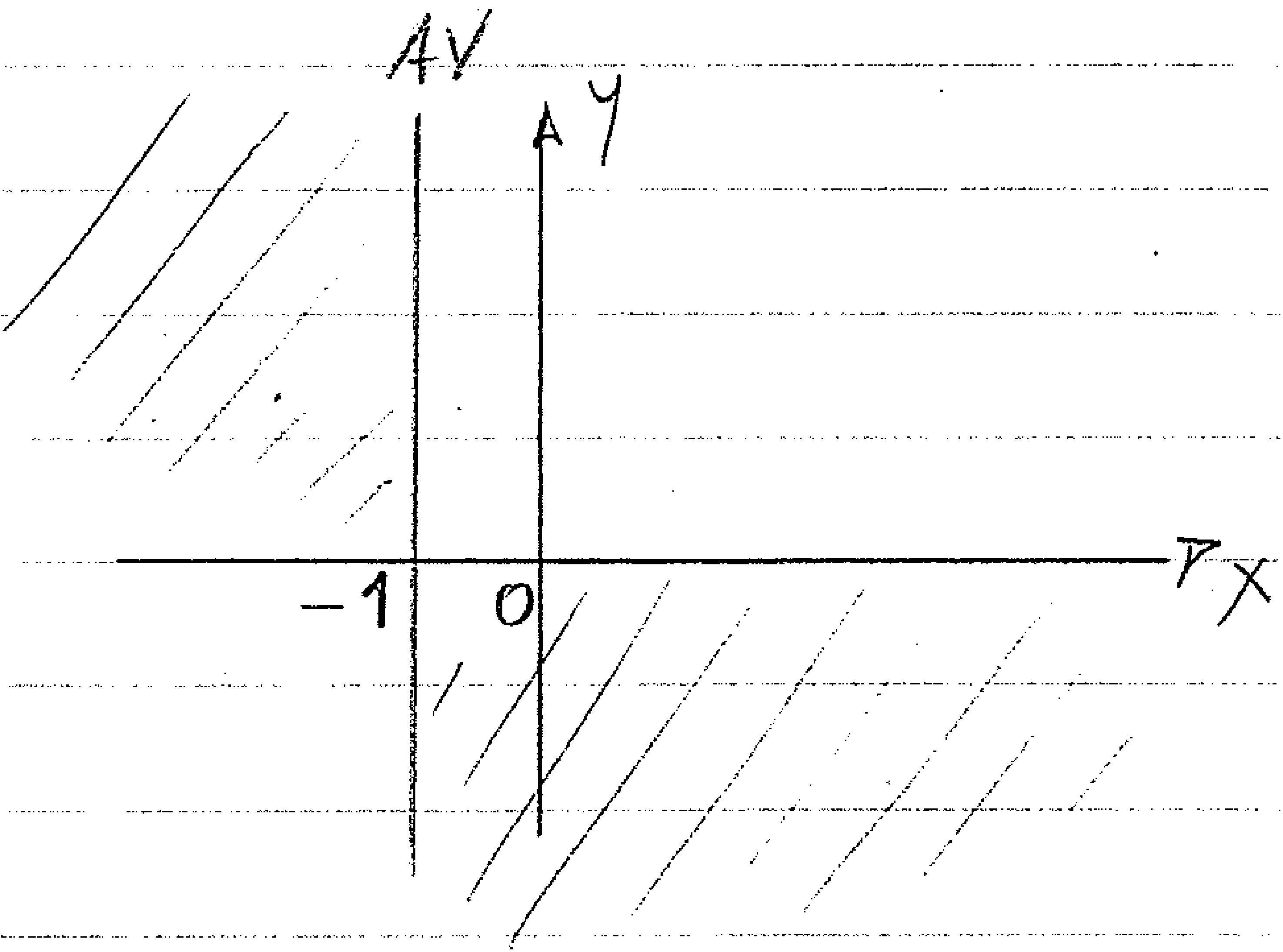
$$\boxed{f(x) = \frac{x^2+x+4}{x+1}}$$

Num: $x^2+x+4 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4(1)(4)}}{2(1)} \qquad \text{R. Imag}$$

Denom $x+1=0 \longrightarrow x=-1$

N	+		+	+	+
D	−	−	0	+	+
			−1		
C	−	−	∄	+	+
			−1		



5) Ramas infinitas

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim \dfrac{x^2+x+4}{x+1} = \dfrac{\infty}{\infty}$ indet $\sim \lim \dfrac{x^{\cancel{2}}}{\cancel{x}} = \boxed{+\infty}$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2+x+4}{x+1} = \dfrac{\infty}{\infty}$ indet $\sim \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^{\cancel{2}}}{\cancel{x}} = \boxed{-\infty}$

6) Asíntotas

Como $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \infty \longrightarrow$ calculo m

$$m = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+x+4}{x+1}\cdot\frac{1}{x} = \frac{\infty}{\infty} \text{ indet.}$$

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+x+4}{x^2+x} = \frac{\infty}{\infty} \text{ indet } \sim \lim \frac{\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} \qquad \boxed{m=1}$$

Ahora calcula n:

$$n = \lim_{x\to\pm\infty} f(x) - mx = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+x+4}{x+1} - 1x$$

$$n = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+x+4-x(x+1)}{x+1}$$

$$n = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\cancel{x^2}+\cancel{x}+4-\cancel{x^2}-\cancel{x}}{x+1} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{4}{\underbrace{x+1}_{\infty}} = 0 \qquad \boxed{n=0}$$

$$\boxed{\text{AO: } y = 1x \text{ para } x \to \pm\infty}$$

7) Derivada primera:

$$f(x) = \frac{x^2+x+4}{x+1}$$

$$f'(x) = \frac{(2x+1)(x+1)-(x^2+x+4).1}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2+2x+\cancel{x}+1-x^2-\cancel{x}-4}{(x+1)^2}$$

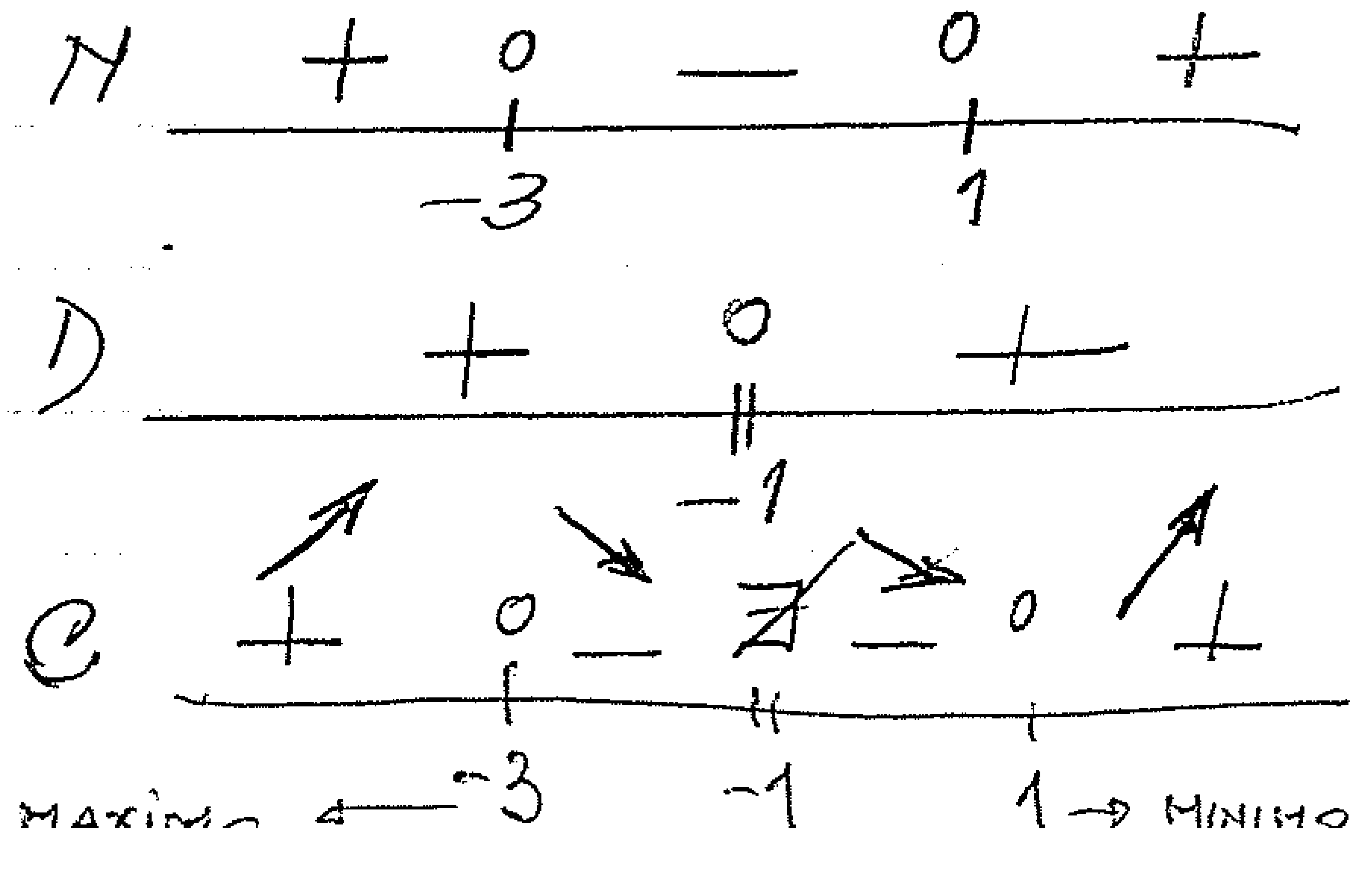
$$\boxed{f'(x) = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}}$$

8) Ceros y signo de f'(x)

Num: $x^2+2x-3=0$

$$x = \frac{-2\pm\sqrt{4-4(1)(-3)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-2\pm4}{2} \begin{array}{l} \to -3 \\ \to 1 \end{array}$$



9) Coordenadas de extremos relativos

Máximo $(-3, f(-3))$ / $f(-3) = -3 + \frac{4}{-3+1} = -3 + \frac{4}{-2}$

$= -3 - 2$

$\boxed{\text{Máximo } (-3, -5)}$

mínimo $(1, f(1))$ / $f(1) = 1 + \frac{4}{2} = 1 + 2 = 3$

$\boxed{\text{mínimo } (1, 3)}$

10) Derivada Segunda

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$$

$$f''(x) = \frac{(2x+2)(x+1)^2 - (x^2+2x-3)\,2(x+1)}{(x+1)^4}$$

$$f''(x) = \frac{2(x+1)^3 - (x^2+2x-3).2(x+1)}{(x+1)^4}$$

$$f''(x) = \frac{2\cancel{(x+1)}\left[(x+1)^2 - x^2 - 2x + 3\right]}{(x+1)^{\cancel{4}3}}$$

$$f''(x) = \frac{2(\cancel{x^2} + \cancel{2x} + 1 - \cancel{x^2} - \cancel{2x} + 3)}{(x+1)^3}$$

$$\boxed{f''(x) = \frac{8}{(x+1)^3}}$$

11) Ceros y signo de $f''(x)$

N	+	+		+	+
D	−	−	0	+	+
			−1		
	∩			∪	
C	−	−	∄	+	+

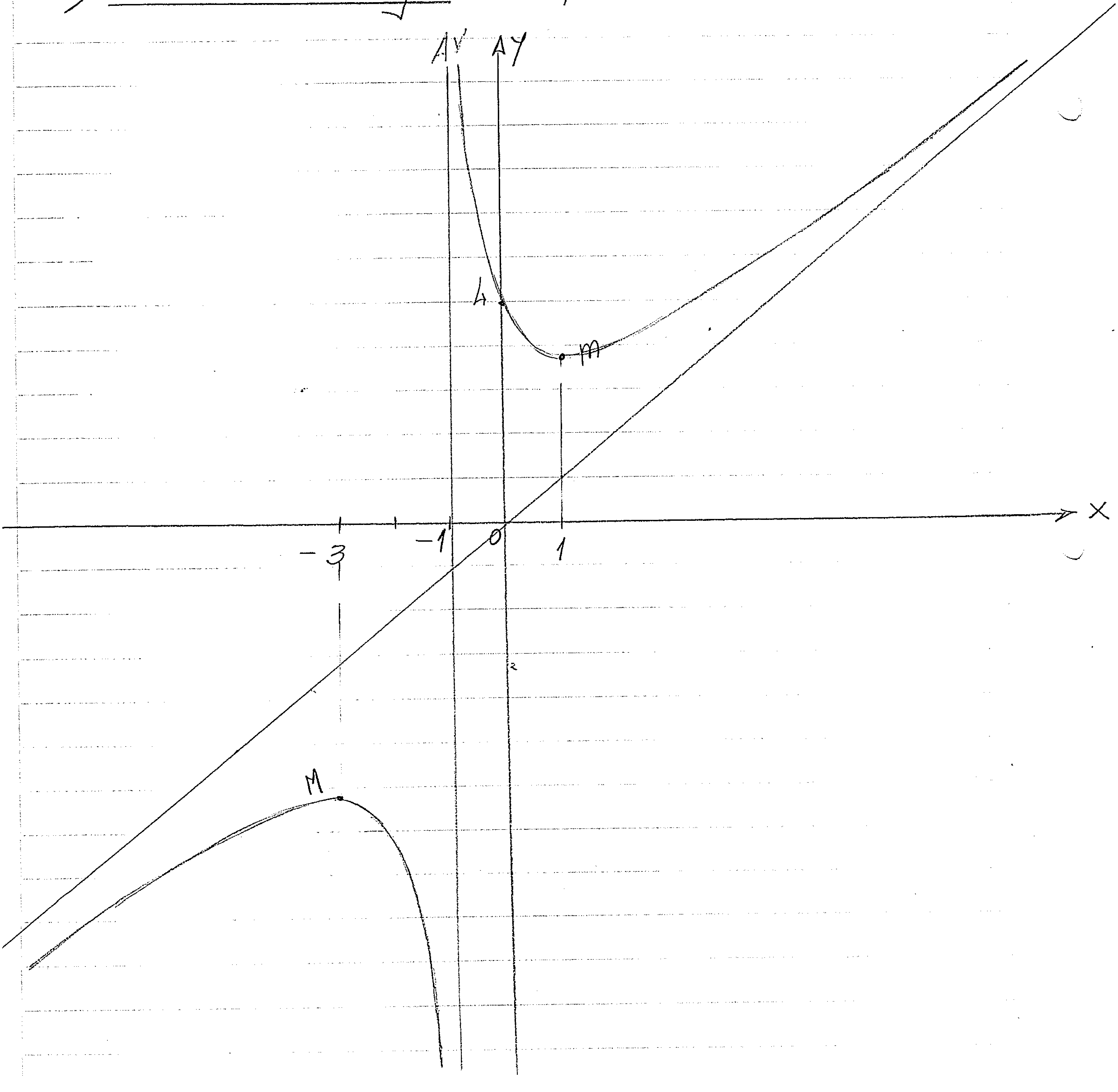
12) Coordenadas de PI

No hay

13) Tangentes en los puntos de inflexión

No corresponde.

14) Ordenada en el origen. $f(0) = 4$



EXAMEN DE 3º EMT INFORMATICA 10/4/2012

①º)_ a) Resuelve y discute según $m \in \mathbb{R}$: $\begin{cases} mx + (m-1)y = m+1 \\ (2-m)x + (4-2m)y = m^2 + m \end{cases}$

---

b) Sea $f : f(x) = \dfrac{-7x^2 - 49x}{x^2 - 4x - 21}$

b) Realizar estudio de concavidad y puntos de inflexión del gráfico

---

② – a) Dada la matriz A = $\begin{bmatrix} x-2 & x+3 & 2 \\ 3 & 2 & -5 \\ 5 & -3 & x-1 \end{bmatrix}$ hallar x para que se cumpla la siguiente igualdad det(A)= -120x - 3

b) Con el menor valor de x hallado en a) hallar a, b y c para que se cumpla la siguiente igualdad A + 2B + C= D siendo B = $\begin{bmatrix} 1 & a & -6 \\ 3 & 4 & b \\ -2 & 3 & c \end{bmatrix}$ C = $\begin{bmatrix} 2 & 3 & -6 \\ -8 & -9 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

y D = $\begin{bmatrix} 3 & 3 & -16 \\ 1 & 1 & -6 \\ 1 & 2 & -14 \end{bmatrix}$

c) Sea $f(x) = (x+1) \cdot e^{\frac{2}{x}}$, estudiar Dominio y continuidad.

3º) a) EA y RG de $f : f(x) = x + 2 + L\left|\dfrac{x}{x-2}\right|$

b) Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos A(-1,1), B(3,-3) y tiene centro sobre el eje $\vec{Oy}$.

EXAMEN DE MATEMÁTICA 3° EMT – ABRIL 2015

1) Estudio analítico y representación gráfica de $f(x) = \ln\left|\dfrac{3x-6}{x+2}\right|$

2) A) Calcular los límites:

i) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\ln(x^2-3x-4)}{x^3-3x^2-10x+24}$ ii) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^2-e^{3x}}{1-5x^2}$ iii) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{(3x-2)^6-1}{\sqrt{2x^3-1}-1}$

B) Estudiar:
Crecimiento y decrecimiento, concavidad, determinar extremos relativos y si corresponde puntos de inflexión de la función real $g(x) = e^{3x}(9x^2-11x+2)$

3) A) i) Hallar la matriz X que cumple: $X.\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -7 \\ 12 & -4 \end{pmatrix}$

ii) Hallar la matriz inversa de $.\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

iii) Utilizando la matriz anterior, resolver: $A.\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 & -10 \\ 10 & 0 \end{pmatrix}$

B) i) Hallar "b" para que los puntos A(1;3), B($\frac{1}{2}$; 4) y C(b; $\frac{7}{2}$) estén alineados.

ii) Hallar la ecuación de la recta paralela a la recta de ecuación $4x-8y+7=0$ que pasa por el punto P(6; -8).

iii) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a la recta de ecuación $4x-8y+7=0$ que pasa por el punto P(6; -8).

Se remplazó 3B por:

Hallar el valor de b para que h(x) sea continua en $x=2$

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^2-4x+3}{x-1} & \text{si } x > 2 \\ x^2+b & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$$

Para el valor de b hallado investigar si h(x) es o no derivable en $x=2$.

EXAMEN TEORICO DE MATEMATICA 20/3/15

) Graficar una función f que cumple

~~D~~ Dom $f = \mathbb{R} - \{0, 2\}$ $\lim_{x \to 0^-} f(x) = 0$ $\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to 2^{\pm}} f(x) = \mp\infty$ $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$ $\lim_{x \to +\infty} (f(x) + x) = 0$

f es continua en su dominio

$$\text{sg } f'(x) \quad \begin{array}{ccccccccc} + & 0 & - & \nexists & + & \nexists & + & 0 & - \\ & -3 & & 0 & & 2 & & 4 & \end{array}$$

$$\text{sg } f''(x) \quad \begin{array}{ccccccc} - & \nexists & - & 0 & + & \nexists & - \\ & 0 & & 1 & & 2 & \end{array}$$

$f(-3) = 2$ $f(1) = 0$ $f(4) = -6$

② Definición de función continua en un punto

$$f: f(x) = \begin{cases} x^2 - 5 & \text{si } x < 1 \\ 3x + 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$ ¿~~f~~ es continua en 1? ¿Por qué?

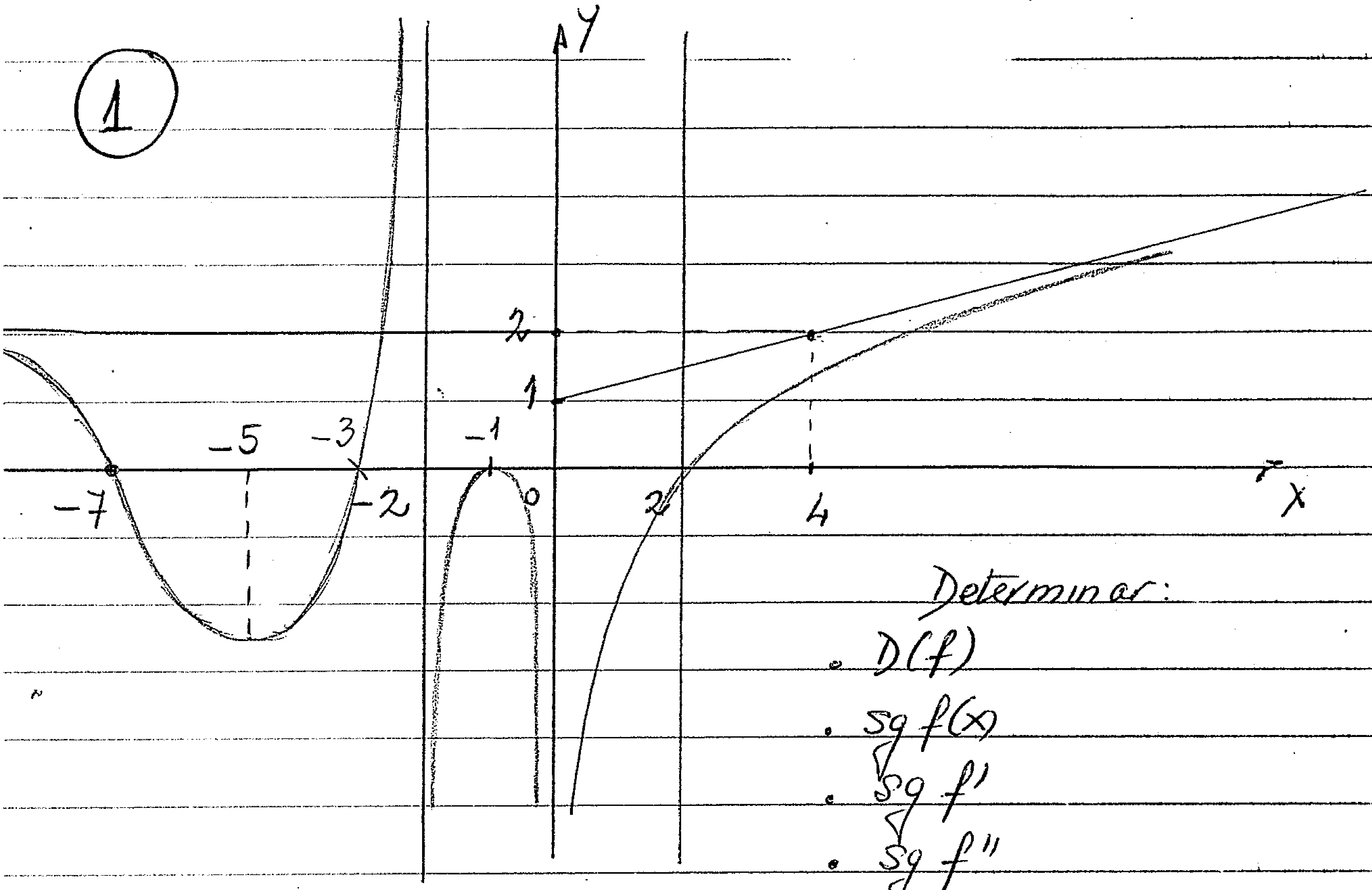
3) Hallar dominio de $g: g(x) = L(x-4) \cdot e^{\frac{1}{x-2}}$

4) Siendo $g: g(x) = \frac{-x^2+1}{2x-3}$, hallar la ecuación de la tangente al gráfico de g en el punto abscisa 2

MATEMATICA 3º AÑO

TEÓRICO.

①



Determinar:

- $D(f)$
- $sg\ f(x)$
- $sg\ f'$
- $sg\ f''$
- $\lim_{x \to +\infty} f(x)$
- $\lim_{x \to -\infty} f(x)$
- $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$
- $\lim_{x \to +\infty} f(x) - mx$
- $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$

② Dado la función $f(x) = 2e^{-x+4}$ hallar $f(1)$ aplicando la definición

③ Dadas: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

$C = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Qué matrices se pueden sumar. En caso de poder hacerlo hágalo

b) Qué matrices puede MULTIPLICAR. En caso posible efectúe un produc

Examen Matemática 3º EMT ESI (Nocturno) 17/12/15

1) EA y RG. de $f(x) = \dfrac{e^x}{2x-4}$

2) Estudiar extremos relativos de:

$$f(x) = L\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$$

3) Estudiar asíntotas de:

$$f(x) = \frac{x^3+3x^2+2x}{(x+1)^2}$$

4) Hallar a y b para que se verifique:

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 8 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 9 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}^T$$

ESCUELA SUPERIOR DE INFORMÁTICA **01 / 11 / 2012**

SEGUNDO PARCIAL DE MATEMÁTICA PARA 3º DE BACHILLERATO

INFORMÁTICA

1

a) Calcula los valores de x , y , z , t , para que se cumpla:

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

b) I) Calcula la matriz inversa de: $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

II) Resuelve la siguiente ecuación matricial: X.B = A siendo B la matriz anterior y $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

2

A. Estudio analítico y representación gráfica de : $f(x) = L\left|\frac{4x-1}{x-3}\right|$

B. Hallar la asíntota de la función: $g(x) = \frac{6x^2-2x}{x+4}$ para $x \to +\infty$

3

A. Dada la función $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{-2x+1}{x+3}} + 4 & si\, x < -3 \\ -3x^2 + 2x + a & si\ -3 \leq x < 4 \\ -6x + 2 & si\ x \geq 4 \end{cases}$

- Hallar el valor de **a** para que f(x) sea continua en x = - 3
- ¿f(x) es derivable en x = - 3?.¿y en x = 4?. Justifique sus respuestas.

B. De una función g(x) se sabe:
D(g) = R - $\{-2\,,1\}$; g(x) = 0 si x = 0,1 ; $\lim_{x\to -2^{\pm}} g(x)$ = - ∞ ;
$\lim_{x\to 1^{\pm}} g(x)$ = + ∞ ; $\lim_{x\to \pm\infty} g(x)$ = ± ∞ ; $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{g(x)}{x}$ = 1 ;
$\lim_{x\to \pm\infty} [g(x) - 1\,x]$ = - ∞ ; g´(x) = $\frac{(x-4)(x+3)}{(x+2)(x-1)}$; g(4) = 1,2 ; g(- 3) = - 11 ;
g(- 0,8) = - 4,8 ; g(- 9,2) = - 16,5
Se pide graficar la función en cuestión.

ESCUELA SUPERIOR DE INFORMÁTICA **10/02/2014**

EXAMEN DE MATEMÁTICA DE 3° DE BACHILLERATO

1) a) Realiza el estudio analítico y la representación gráfica de $f: f(x) = \frac{e^{-x}}{x-1}$

b) Determina las raíces con error menos a 0,1 de $g: g(x) = Ln|x+5| - \frac{1}{2}x - 1$

2) a) Resuelve la ecuación $\begin{vmatrix} 1 & x & 3 & x-3 \\ 0 & x^2-1 & 0 & 1 \\ 0 & (x-1)^2 & 3 & 0 \\ -1 & -1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = 0$

b) Determina la matriz X tal que $\begin{pmatrix} -11 & -1 \\ -7 & 4 \\ -38 & 8 \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -1 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} - X\right] . \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

3) Resuelve el siguiente sistema discutiendo según el parámetro *m:*

$$\begin{cases} m^3x + 2my = m^2 - 2m \\ (2m-2)x + (m-1)y = m \end{cases}$$

EJERCICIO	PUNTAJE

1] a) Definición de derivada en un pto

b) Siendo $f(x) = -3(x+2)(x-5)$

hallar $f'(3)$ aplicando la definición

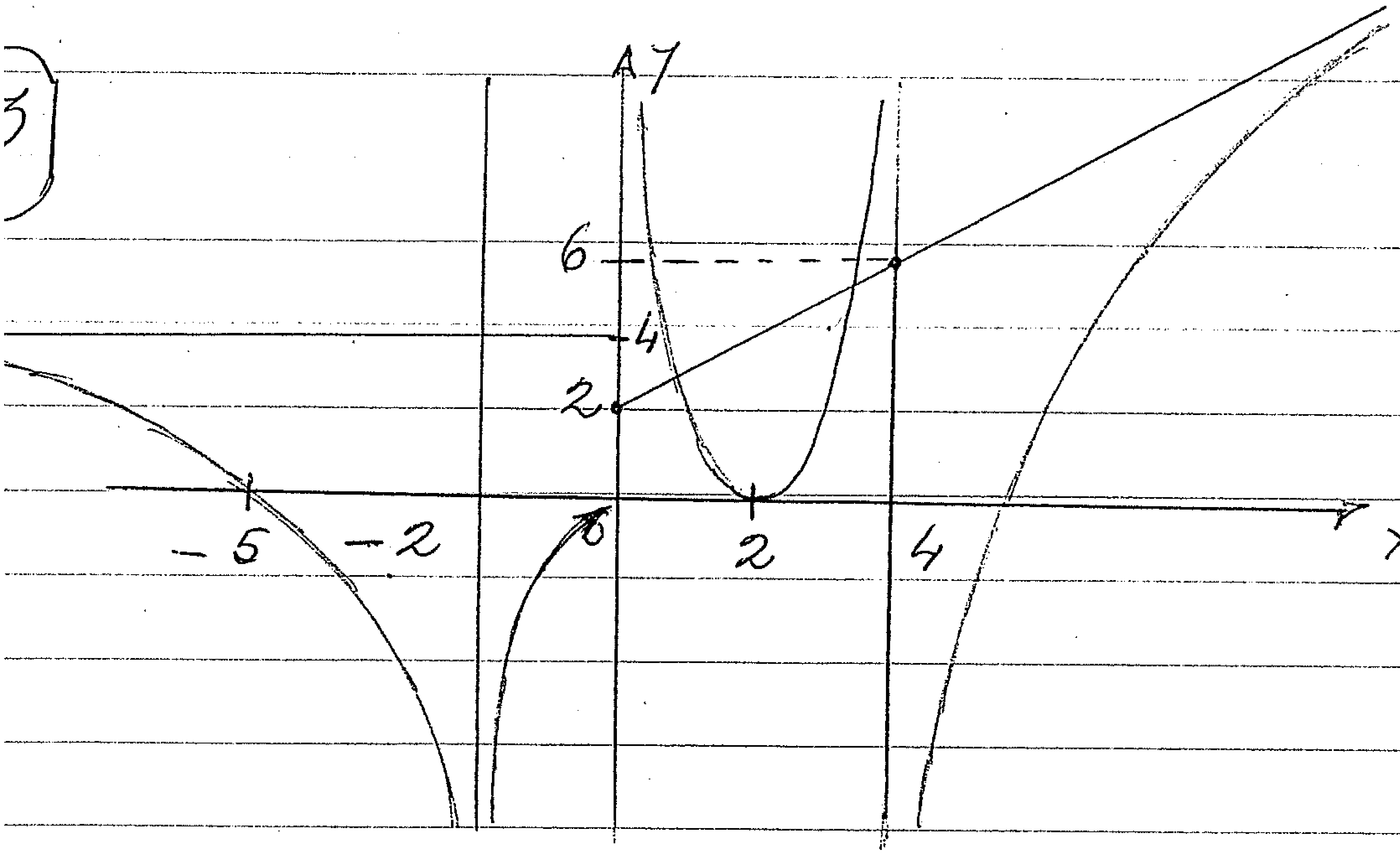
2] a) Definición de continuidad de la función en un pto de abscisa $x = a$

b) Siendo $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + a & \text{si } x > 1 \\ L|2x-1| + 3 & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$

hallar $\underline{\underline{a}}$ para que $f(x)$ sea CONTINUA en $x = 1$

c) Es $f(x)$ derivable en $x = 1$?

3]



Estudio completo dando ecuación de las ASÍNTOTAS

EXAMEN TERCERO DE EMT
ESI BUCEO – JULIO 2012

EJERCICIO 1:

Estudio analítico y representación gráfica de $f(x) = \ln\left|\frac{x-5}{x}\right| - \left(\frac{3+2x}{x}\right)$

EJERCICIO 2:

a) Hallar la matriz X: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 11 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$

b) Calcular: $\det\begin{pmatrix} a & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -a \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

c) Resolver y discutir para $a \in R$, $\begin{cases} ax + y + z = 3 \\ x + y - az = 2 \\ x + y - z = 6a \end{cases}$

EJERCICIO 3:

Sea r: x+ y - 6 = 0 y A(2 ; 4) y C(10; 4)

a) Hallar los vértices B y D del rectángulo de vértices A y C que tiene un lado sobre la recta r.
b) Hallar la ecuación de las rectas que contienen a los lados del rectángulo que pasan por B.
c) Demostrar que ABCD es un cuadrado.
d) Calcular el área del rectángulo.

ESCUELA SUPERIOR DE INFORMÁTICA 01 / 11 / 2012

SEGUNDO PARCIAL DE MATEMÁTICA PARA 3º DE BACHILLERATO

INFORMÁTICA

1

a) Calcula los valores de x , y , z , t , para que se cumpla:

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

b) **I)** Calcula la matriz inversa de: $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

II) Resuelve la siguiente ecuación matricial: X.B = A siendo B la matriz anterior y $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

2

A. Estudio analítico y representación gráfica de : $f(x) = L\left|\frac{4x-1}{x-3}\right|$

B. Hallar la asíntota de la función: $g(x) = \frac{6x^2-2x}{x+4}$ para $x \to +\infty$

3

A. Dada la función $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{-2x+1}{x+3}} + 4 & si\, x < -3 \\ -3x^2 + 2x + a & si\ -3 \le x < 4 \\ -6x + 2 & si\ x \ge 4 \end{cases}$

- Hallar el valor de **a** para que f(x) sea continua en x = - 3
- ¿f(x) es derivable en x = - 3?.¿y en x = 4?. Justifique sus respuestas.

B. De una función g(x) se sabe:
D(g) = R - $\{-2, 1\}$; g(x) = 0 si x = 0,1 ; $\lim_{x\to -2^{\pm}} g(x) = -\infty$;
$\lim_{x\to 1^{\pm}} g(x) = +\infty$; $\lim_{x\to \pm\infty} g(x) = \pm\infty$; $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{g(x)}{x} = 1$;
$\lim_{x\to \pm\infty} [g(x) - 1\,x] = -\infty$; $g'(x) = \frac{(x-4)(x+3)}{(x+2)(x-1)}$; g(4) = 1,2 ; g(- 3) = - 11 ;
g(- 0,8) = - 4,8 ; g(- 9,2) = - 16,5
Se pide graficar la función en cuestión.

2) Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}{x^2 - 9} \qquad \lim_{x\to -\infty} \frac{x+1}{x} - \frac{1}{x-1}$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{e^{x^2-8} - e}{x^3 - x - 24} \qquad \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{5x^2+4} - 3x}{x^2 - 4x + 3}$$

3) Dada la función : $f(x) = (x-1).e^{\frac{1}{x+1}}$

a) Estudia el dominio de la función

b) Determina ceros y signo

c) Calcula los límites laterales en los puntos de no existencia.

d) Halla : $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to -\infty} f(x)$

e) Calcula:

- $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ = m
- $\lim_{x\to \pm\infty} f(x) - mx$ siendo m el valor hallado arriba.

4) Dadas las funciones: f(x) = 2x + 5 y g(x) = Lx

Determinar:

a) (fog)(x)

b) (gof)(x)

c) Dominio de (gof)(x)

d) Ceros y signo de (gof)(x)

e) Siendo : h(x) = (gof)(x) + $\frac{1}{2}$.x - 3

Calcula:

- m = $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{h(x)}{x}$
- $\lim_{x\to \pm\infty} h(x) - mx$ siendo m el hallado arriba.

5) A) Representar en el mismo sistema de ejes coordenados las funciones:

f: f(x) = $e^{x+3} - 1$ y g: g(x) = - $|x+3|$

B) Resolver gráficamente la inecuación: f(x) > g(x)

C) Resolver gráfica y analíticamente la inecuación: f(x) < 9

D) Hallar dominio y signo de la función : K(x) = $\frac{f(x)}{g(x)}$

EJERCICIO	PUNTAJE

NOTA FINAL:

PRIMERA PRUEBA PARCIAL DE MATEMÁTICA - TURNO NOCTURNO
ESI BUCEO – JULIO 2012

1)

Dado el polinomio $P(x)=3x^3+4x^2+(a+1)x+b$

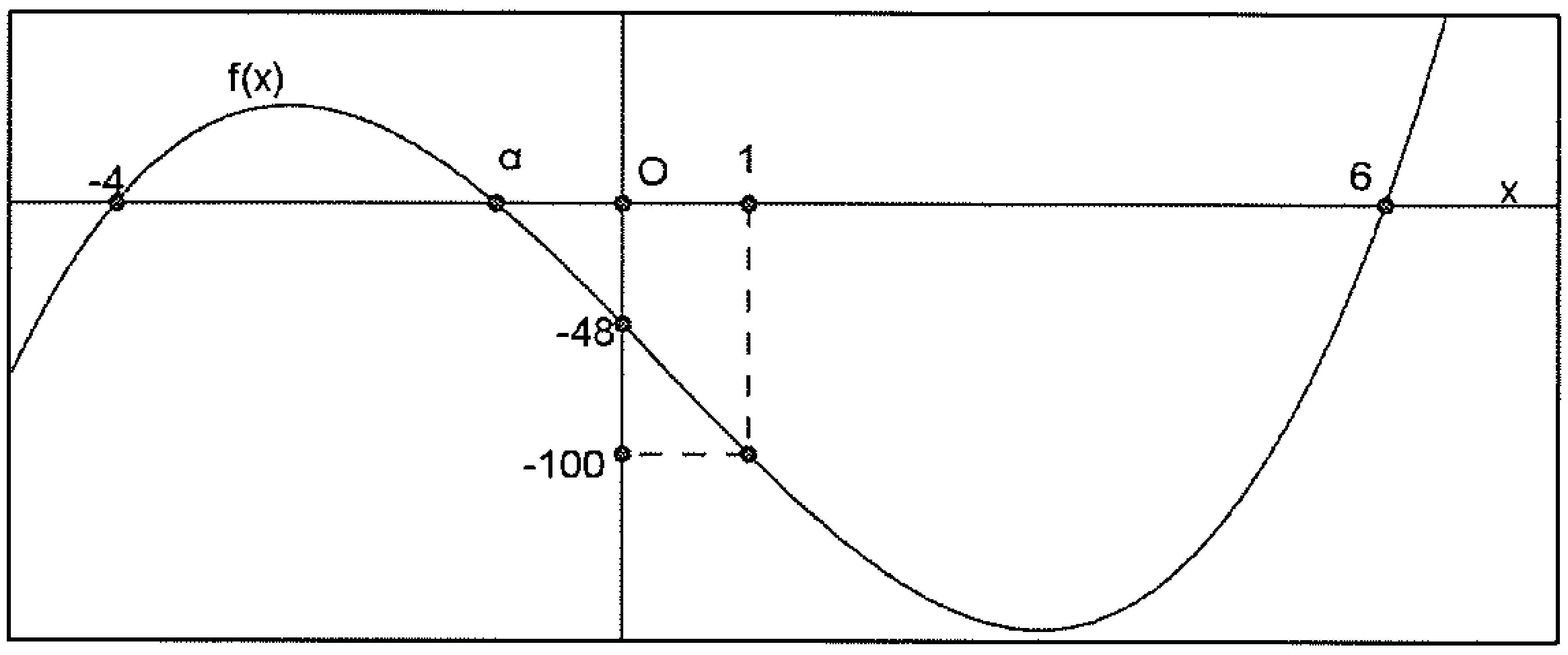
A) Hallar "a" y "b" sabiendo que P(1)= -12 y que además el resto de dividir P(x) entre (2x+8) es 98.

B) Hallar todas las raíces de P(x), sabiendo que es divisible entre (x+5)

C) Escribir la descomposición factorial de P(x).

2)

A) A partir de la gráfica mostrada de la función polinómica f(x) de tercer grado, hallar su expresión analítica.



B) Completar el esquema de Ruffini dado a continuación:

	7		11	
		-5	-4	3

C) Indicar la expresión analítica del polinomio dividendo, del polinomio divisor, del polinomio cociente y del resto correspondiente al esquema de Ruffini anterior.

3)

Un fabricante de muebles produce dos tipos de mesas: clásicas y modernas.
Cada mesa del modelo clásico requiere 6 horas de lijado y 5 horas de barnizado y deja un beneficio de U$S 240.No deben fabricarse más de 12 de estas mesas.
Cada mesa del modelo moderno, necesita 5 horas de lijado y 8 horas de barnizado y su beneficio es de U$S 160.
Se dispone de 60 horas para lijado y 80 horas para barnizado.

A) Representar gráficamente el polígono de puntos factibles y determinar las coordenadas de todos los vértices del mismo.

B) Hallar el número de mesas de cada tipo que se deberían fabricar, para que la función beneficio sea máxima.

C) Indicar el beneficio obtenido suponiendo que se fabricaran las cantidades indicadas en la parte anterior y si todas ellas fueran vendidas.

2) Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}{x^2 - 9} \qquad \lim_{x\to -\infty} \frac{x+1}{x} - \frac{1}{x-1}$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{e^{x^2-8} - e}{x^3 - x - 24} \qquad \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{5x^2+4} - 3x}{x^2 - 4x + 3}$$

3) Dada la función : $f(x) = (x-1).e^{\frac{1}{x+1}}$

a) Estudia el dominio de la función

b) Determina ceros y signo

c) Calcula los límites laterales en los puntos de no existencia.

d) Halla : $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to -\infty} f(x)$

e) Calcula:

- $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} =$ m
- $\lim_{x\to \pm\infty} f(x) - mx$ siendo m el valor hallado arriba.

4) Dadas las funciones: f(x) = 2x + 5 y g(x) = Lx

Determinar:

a) (fog)(x)

b) (gof)(x)

c) Dominio de (gof)(x)

d) Ceros y signo de (gof)(x)

e) Siendo : h(x) = (gof)(x) $+\frac{1}{2}$.x - 3

Calcula:

- m = $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{h(x)}{x}$
- $\lim_{x\to \pm\infty} h(x) - mx$ siendo m el hallado arriba.

5) A) Representar en el mismo sistema de ejes coordenados las funciones:

f: f(x) = $e^{x+3} - 1$ y g: g(x) = - $|x+3|$

B) Resolver gráficamente la inecuación: f(x) > g(x)

C) Resolver gráfica y analíticamente la inecuación: f(x) < 9

D) Hallar dominio y signo de la función : K(x) = $\frac{f(x)}{g(x)}$

EJERCICIO	PUNTAJE

NOTA FINAL:

2) Calcular los siguientes límites:

$a) \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{-2x^2 + 4x - 2}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$ b) $\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{e^x - e^{x^2 - x}}$

$c) \lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 - 3x} - \sqrt{x^2 + 2x}$ $d) \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2 - |x^2 - 4x|}{x - |2x + 3|}$

3) Dadas la funciones: f(x) = - 3x + 6 y g(x) = Lx

Determinar:

- (fog)(x) y (gof)(x)
- Hallar el dominio de (gof)(x)
- Siendo h: h(x) = (gof)(x) + 2x - 5

  determina : m = $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{h(x)}{x}$ y n = $\lim_{x \to \pm\infty} h(x) - mx$

4) A) Calcula a y b para que f(x) no presente saltos, es decir sea **continua** en x = - 2 y x = 1.

$$f(x) = \begin{cases} -2x + a & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 - 5 & \text{si} -2 < x < 1 \\ bx + 3 & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

B) Con los valores de a y b hallados, representar gráficamente la función f(x) sobre un par de ejes coordenados.

C) Sobre el mismo par de ejes representar la función g(x) = - x^2

D) Determinar:

A = { x ∈ R / f(x) = g(x) }

B = { x ∈ R / f(x) < g(x)}

5) Dada: f(x) = $\ln \left| \frac{2x}{x-2} \right|$ - 2x + 1

a) Estudia el dominio de la función

b) Calcula los límites laterales en los puntos de no existencia.

c) Determina : $\lim_{x \to \pm\infty} f(x)$

d) Calcula:

- $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ = m
- $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) - mx$

EJERCICIO	PUNTAJE

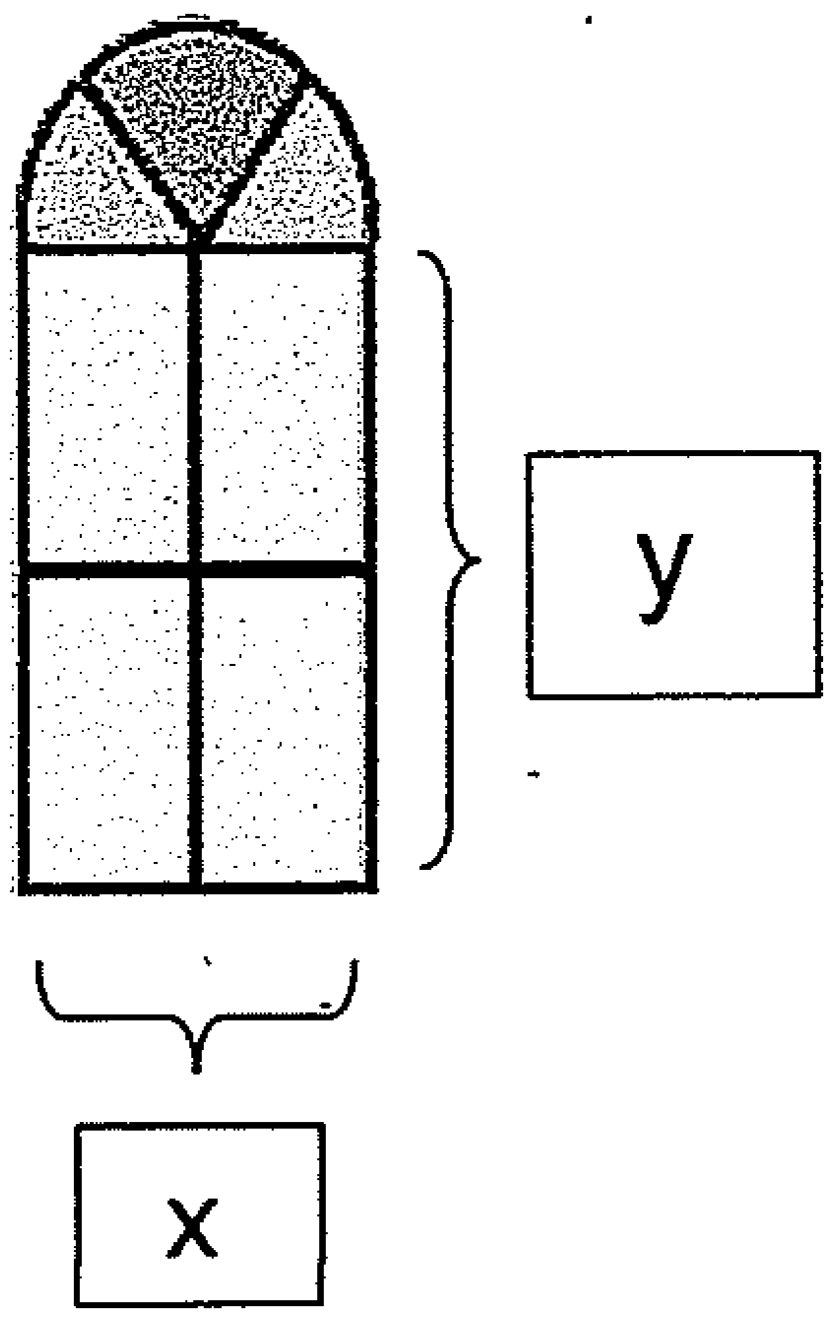
NOTA FINAL:

ESCUELA SUPERIOR DE INFORMÁTICA **24/09/2014**

EXAMEN DE MATEMÁTICA PARA 3° DE BACHILLERATO

I

A) *Ventana Normanda*



Una ventana Normanda consiste en un rectángulo rematado por un semicírculo como indica la figura. Si el perímetro total de la ventana es de 10 metros, calcula cuáles han de ser las dimensiones de la ventana para que tenga la máxima superficie.

B) Determina α ∈ R sabiendo que: $\lim_{x \to -\infty} \frac{2x^2+\alpha x+3.\alpha}{-x+2} + 2x = 5$

C) Sea $f(x) = \begin{cases} \frac{3x+4}{x^2+1} & si\ x \leq 2 \\ (x^2+2x-7).e^{-x+2} + 1 & si\ x > 2 \end{cases}$

- Investiga si f(x) es continua en x = 2
- ¿f(x) es derivable en x = 2?

II Dada la función $f(x) = L\left|\frac{x-1}{2x+1}\right| + \frac{ax}{2x+1}$

a) Hallar el valor de **a** para que f(x) presente un extremo relativo en $x = -\frac{2}{7}$

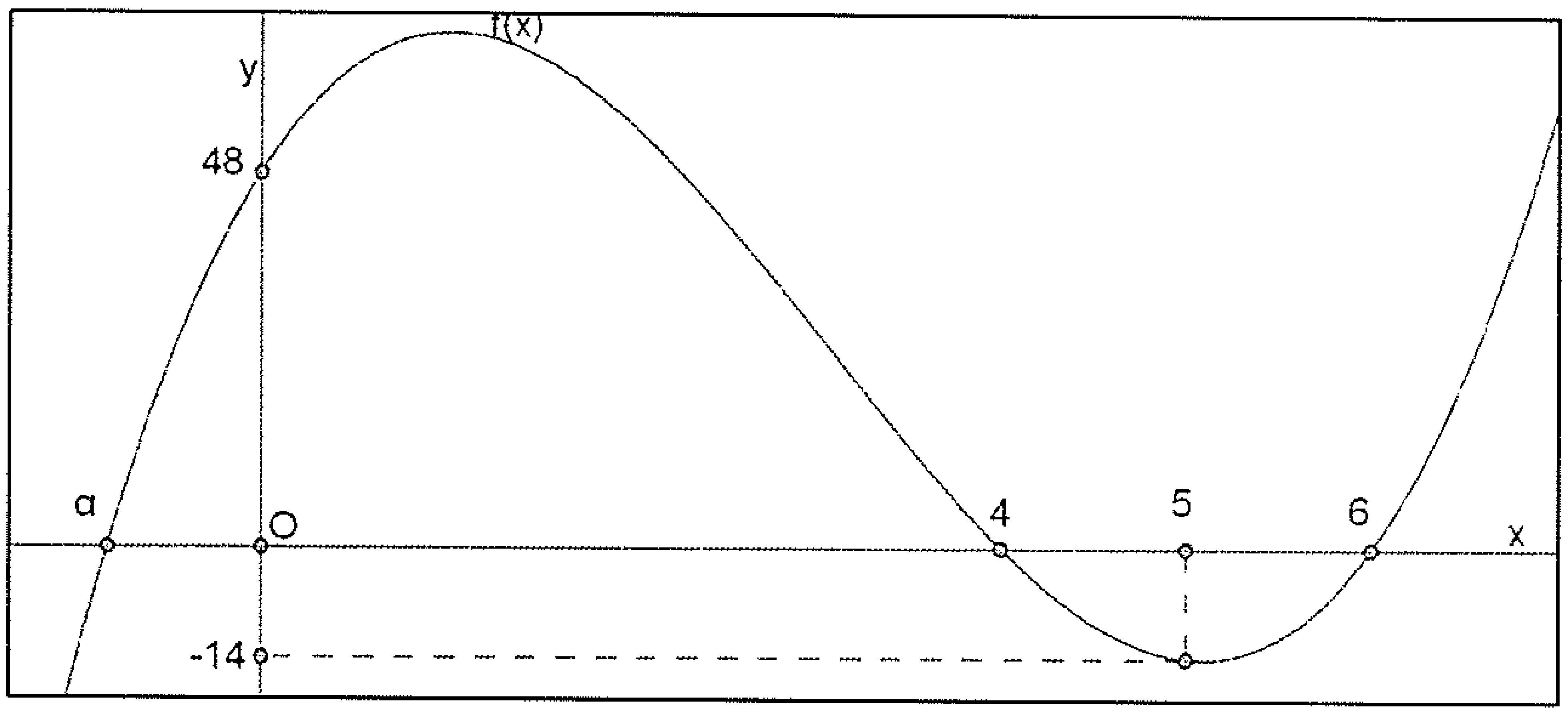
b) Para el valor **a = 1** realiza el estudio analítico y representación gráfica de la función

c) Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico en el punto de abscisa x = - 2

PRIMERA PRUEBA PARCIAL DE MATEMÁTICA – IS BUCEO
TURNO NOCTURNO – JULIO 2012

1)

A) A partir de la gráfica mostrada de la función polinómica f(x) de tercer grado, hallar su expresión analítica.



B) Completar el esquema de Ruffini dado a continuación:

	-3		-1	
		10	-21	63

C) Indicar la expresión analítica del polinomio dividendo, del polinomio divisor, del polinomio cociente y del resto correspondiente al esquema de Ruffini anterior.

2)

Dado el polinomio $P(x)=4x^3+10x^2+(a+1)x+b$

A) Hallar "a" y "b" sabiendo que P(x) es divisible entre (x-3) y que además el resto de dividir P(x) entre (5x+10) es 90.

B) Hallar todas las raíces de P(x).

C) Escribir la descomposición factorial de P(x).

3)

Un fabricante de muebles produce dos tipos de mesas: clásicas y modernas.
Cada mesa del modelo clásico requiere 5 horas de lijado y 4 horas de barnizado y deja un beneficio de U$S 220.No deben fabricarse más de 15 de estas mesas.
Cada mesa del modelo moderno, necesita 4 horas de lijado y 6 horas de barnizado y su beneficio es de U$S 140.
Se dispone de 60 horas para lijado y 80 horas para barnizado.

A) Representar gráficamente el polígono de puntos factibles y determinar las coordenadas de todos los vértices del mismo.

B) Hallar el número de mesas de cada tipo que se deberían fabricar, para que la función beneficio sea máxima.

C) Indicar el beneficio obtenido suponiendo que se fabricaran las cantidades indicadas en la parte anterior y si todas ellas fueran vendidas.

ESCUELA SUPERIOR DE INFORMÁTICA DEL BUCEO **20 / 02 / 2015**

EXAMEN DE MATEMÁTICA PARA TERCERO DE BACHILLERATO

1

Sea $f(x) = \frac{x^2+bx}{x-a}$

A) Hallar los valores de **a** y **b** sabiendo que D(f) = R – { 2 } y que la función tiene como tangente, en el punto de abscisa x = 3, la recta de ecuación y = 3x – 9

B) ¿Tiene la función f(x) máximos o mínimos relativos?

(2½ ptos)

2

Estudio analítico y representación gráfica de: $f(x) = \frac{\ln|x-2|}{x-2}$

(4 ptos)

3

A) Representar $f(x) = L \mid x-2 \mid +1$ y $g(x) = -e^{-x+2} + 1$, sobre un mismo par de ejes coordenados.

B) Resolver f(x) ≥ g(x) y deducir el signo de f(x) – g(x)

C) Calcular:

- $\lim\limits_{x\to 2} \frac{e^{2x+3}-e^7}{x^2-4}$
- $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1}$

(3 ptos)

4

A) Resolver y discutir según el parámetro: $\begin{cases} (m+2)x + my = 3 \\ (2m-2)x + (m-1)y = (m+1) \end{cases}$

B) Calcular el determinante de la matriz:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{5} \\ \mathbf{3} & \mathbf{-1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{4} & \mathbf{1} & \mathbf{6} \end{pmatrix}$$

¿Existe A^{-1}?

(2½ ptos)

MUCHA SUERTE

Matemática 3º EMT Noct 29/2/16

Ejercicio 1) Dada $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2-4}$

a) Estudia Dominio, continuidad, ceros y signo; Asíntotas; Indica en gráfico.

b) Estudia $f'(x)$ máximos, mínimos, intervalos de crecimiento y decrecimiento.

c) Bosqueja gráfico de $f(x)$

Ejercicio 2)

A) Estudia Ramas infinitas y asíntotas de $g(x) = L\left|\dfrac{x-3}{x}\right|$

B) Hallar máximos, mínimos, crecimiento y decrecimiento de : $h(x) = \dfrac{e^x}{x^2-1}$

C) Sea $f(x)$: $\begin{cases} x^2-2x+A & \text{si } x \leq 1 \\ 1 & \text{si } 1 < x < 4 \\ x-3 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$

a) Hallar $\underline{\underline{A}}$ para que $f(x)$ no tenga "salto" en $x = 1$. Justificar

b) Graficar $f(x)$

D) Una empresa FILTRO S.A. fabrica filtros para agua; la garancia en dólares es:

$G(x) = -0,0004 . x^2 + 10x - 10000$

con $\underline{\underline{x}}$ cantidad de filtros por mes

i) calcular la cantidad de filtros a fabricar para obtener "máxima garancia"

ii) cuál es dicha garancia.

ESCUELA SUPERIOR DE INFORMÁTICA 03 / 12 / 2012

EXAMEN PARA TERCERO DE BACHILLERATO - MATEMÁTICA

14 hojas

1

a) Un recipiente rectangular cerrado con una base cuadrada debe tener un volumen de 2250 cm^3. El material para la parte superior y la inferior del recipiente costará U$S 2 por cm^2 y, el material para los lados tendrá un costo de U$S 3 por cm^2

Encuentre las dimensiones de menor costo del recipiente.

b) Hallar el valor de a para que la función: $f(x) = \frac{x^2+a}{x-1} + L\left|\frac{x+1}{x-1}\right|$ presente un extremo relativo en x = 0.

c) Considera las matrices siguientes:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} :$$

Averigua si se cumple la siguiente igualdad:

$$T^{-1} + (M.N)^{-1} = (T + M.N)^{-1}$$

2

A) Estudio analítico y representación gráfica de: $f(x) = x + \frac{4}{x+1}$

B) Halla el valor de a para que la función sea continua en x = 2

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{2x-4} & si \ \ x \geq 2 \\ ax + 6 & si \ \ x < 2 \end{cases}$$

¿Es f(x) derivable en x = 2?

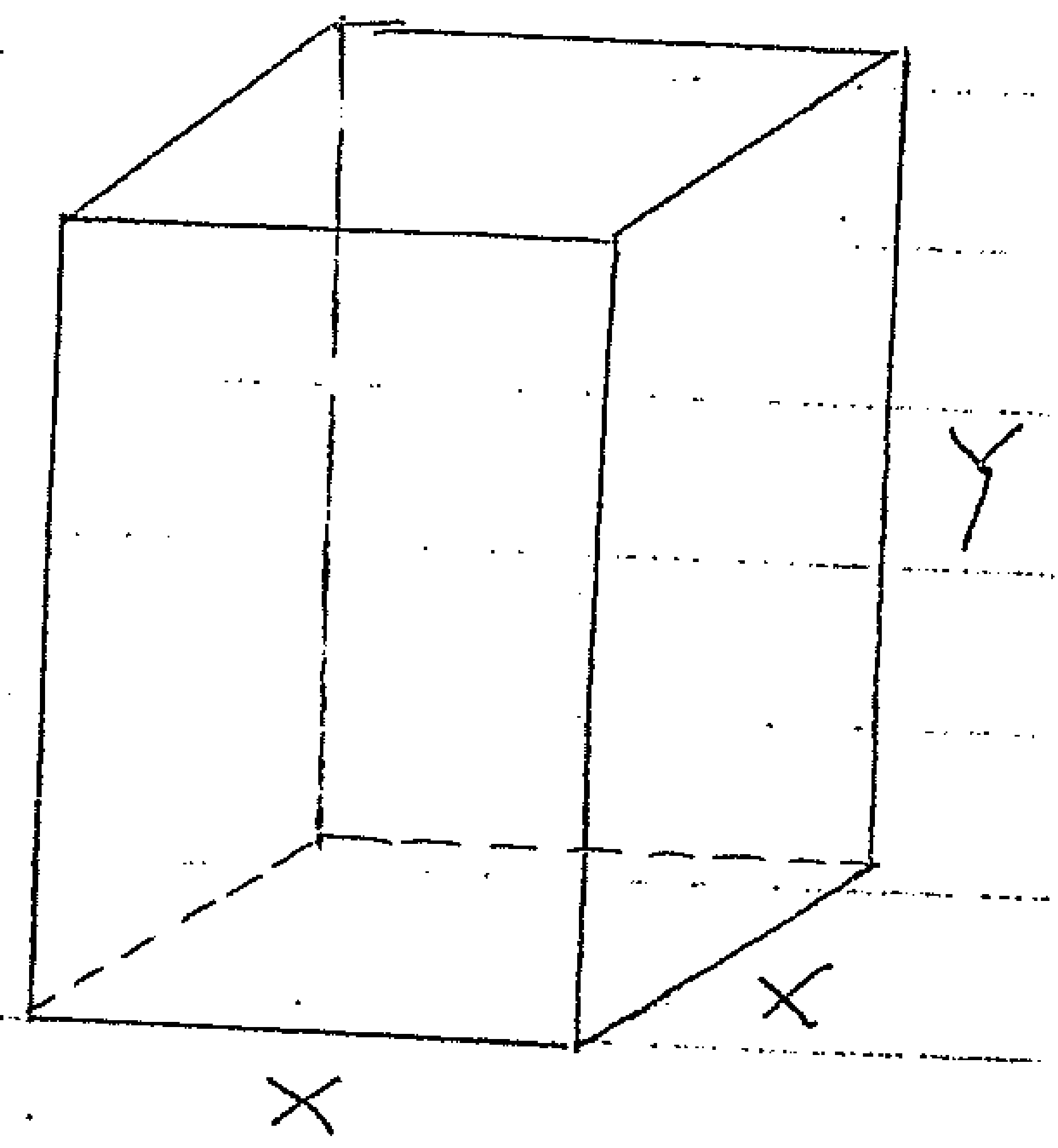
C) Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$;

$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; $D = \begin{pmatrix} -9 & 3 \\ -8 & 17 \end{pmatrix}$

Hallar la matriz X que verifica: A.B + C.X = D

ESI BUCEO   Examen de MATEMÁTICA   03/12/2012

A)



Volumen = 2250

- U$S 2 el cm^2 para CARA SUP. e INFERIOR
- U$S 3 el cm^3 para lateral

$\text{Costo}_{TOTAL}(x,y) = (\text{Área}_{base} + \text{Área}_{tapa}) . 2 + \text{Área}_{lat} . 3$

$C_{TOTAL}(x,y) = (x^2 + x^2) . 2 + \underbrace{4xy}_{4 \text{ caras}} . 3$

$C_{TOTAL}(x,y) = (2x^2) . 2 + 12xy$

$C_{TOTAL}(x,y) = 4x^2 + 12xy$

Como: $V = \text{Área}_{base} . \text{altura} \longrightarrow 2250 = x^2 . y$

$$\boxed{\frac{2250}{x^2} = y}$$

$\text{TOTAL}(x) = 4x^2 + 12\cancel{x}\left(\frac{2250}{x^{\cancel{2}}}\right)$

$\text{TOTAL}(x) = 4x^2 + \frac{27000}{x}$

$$\boxed{\text{TOTAL}(x) = \frac{4x^3 + 27000}{x}}$$

Para hallar mínimo costo determino $C'(x) = ?$

$'(x) = \underline{(12x^2)x - (4x^3 + 27000).1}$

Ahora determina ceros y signo de $C'(x)$:

Numerador: $8x^3 - 27000 = 0$

$$8(x^3 - 3375) = 0 \longleftrightarrow x^3 - 3375 = 0$$

Ruffini:

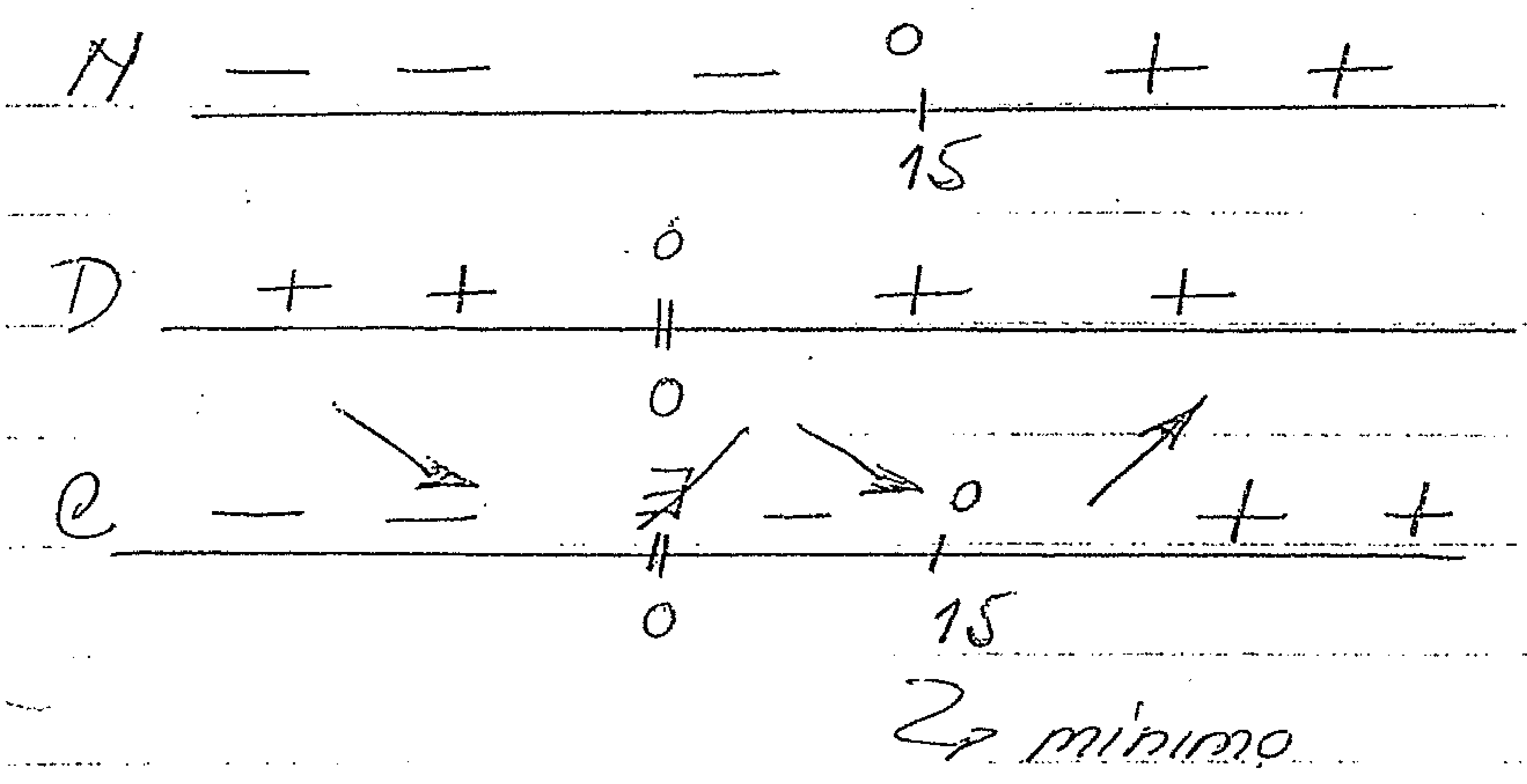
$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 0 & 0 & -3375 \\ 15 & & 15 & 225 & 3375 \\ \hline & \underbrace{1 \quad 15 \quad 225} & & & 0 \end{array}$$

Raíz

$$x^2 + 15x + 225 = 0$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{225 - 4(1)(225)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{-675}}{2} \quad \text{R. Imaginarias}$$



Para minimizar el costo:

$x = 15 \text{ cm}$

$$y = \frac{2250}{(15)^2} = 10$$

$$\Downarrow$$

$x = 15 \text{ cm}$

$y = 10 \text{ cm}$

b) $f(x) = \frac{x^2+a}{x-1} + L\left|\frac{x+1}{x-1}\right|$

Si $f(x)$ presenta un extremo relativo en $x=0 \Longrightarrow \boxed{f'(0)=0}$

$$f'(x) = \left\{\frac{2x\,(x-1)-(x^2+a)\,1}{(x-1)^2}\right\} + \frac{1}{\left(\frac{x+1}{\cancel{x-1}}\right)}\cdot\left[\frac{1(x-1)-(x+1)\cdot 1}{(x-1)^{\cancel{2}}}\right]$$

$$f'(x) = \frac{2x^2-2x-x^2-a}{(x-1)^2} + \frac{\cancel{x}-1-\cancel{x}-1}{(x+1)(x-1)}$$

$$f'(x) = \frac{x^2-2x-a}{(x-1)^2} + \frac{(-2)}{(x+1)(x-1)}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2-2x-a)(x+1)-2(x-1)}{(x-1)^2(x+1)}$$

$$f'(x) = \frac{x^3-2x^2-ax+x^2-2x-a-2x+2}{(x-1)^2(x+1)}$$

$$f'(x) = \frac{x^3-x^2-4x-ax-a+2}{(x-1)^2(x+1)}$$

$$f'(0) = \frac{-a+2}{1} \Longrightarrow 0 = -a+2 \Longrightarrow \boxed{a=2}$$

c) $T^{-1}+(M.N)^{-1} = (T+M.N)^{-1}$

Empieza por determinar T^{-1}:

Por definición: $T.T^{-1} = T^{-1}.T = I$

i_{11} i_{12}

- $i_{11} = a - c = 1$
- $i_{12} = b - d = 0$
- $i_{21} = 2a = 0 \Longrightarrow \boxed{a = 0}$
- $i_{22} = 2b = 1 \Rightarrow \boxed{b = 1/2}$

Sustituyendo: $a - c = 1$

$0 - c = 1 \Longrightarrow \boxed{c = -1}$

$$b - d = 0 \Longrightarrow \frac{1}{2} - d = 0 \Longrightarrow \boxed{d = \frac{1}{2}}$$

De este modo:

$$\boxed{T^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ -1 & 1/2 \end{pmatrix}}$$

Ahora determina $M.N$

$$M.N = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}_{2\times\textcircled{3}} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_{\textcircled{3}\times 2} = J_{2\times 2}$$

- $j_{11} = (1)(-1) + (2)(2) + (3)(-1) = -1 + 4 - 3 = 0$
- $j_{12} = (1)(0) + (2)(2) + (3)(-1) = 0 + 4 - 3 = 1$
- $j_{21} = (2)(-1) + (1)(2) + (1)(-1) = -2 + 2 - 1 = -1$
- $j_{22} = (2)(0) + (1)(2) + (1)(-1) = 0 + 2 - 1 = 1$

$$\boxed{\underbrace{M.N}_{J} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}}$$

Tendrás que determinar $(MN)^{-1} = J^{-1} \Longrightarrow J \cdot J^{-1} = I$

- $1 = 0 + c \longrightarrow$
- $0 = 0 + d \longrightarrow$ $\boxed{\begin{matrix} c = 1 \\ d = 0 \end{matrix}}$
- $0 = -a + c \longrightarrow a = c \Longrightarrow \boxed{a = 1}$
- $1 = -b + d$

$$\Rightarrow b = d - 1$$

$$b = 0 - 1 \Longrightarrow \boxed{b = -1}$$

$$\boxed{(MN)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}$$

Calculo: $(T + MN) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}}_{F}$

Volviendo a la ecuación:

$$T^{-1} + (MN)^{-1} = \underbrace{(T + MN)^{-1}}_{F^{-1}}$$

Determino F-1

$$F . F^{-1} = I$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- $1 = a + 0 \longrightarrow$
- $0 = 1b + 0$
- $0 = 1a + 1c$
- $1 = 1b + 1d$

$$\boxed{\begin{matrix} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -1 \\ d = 1 \end{matrix}} \Longrightarrow \boxed{F^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}}$$

$$T^{-1} + (MN)^{-1} = (T + MN)^{-1}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1/2 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

II A) $f(x) = x + \frac{4}{x+1}$

1) Dominio

- denominador: $x+1 = 0 \longrightarrow x = -1$

$$\boxed{D(f) = R - \{-1\}}$$

2) Paridad e imparidad

- $f(-x) = -x + \frac{4}{-x+1} \neq f(x)$ No es PAR
- $-f(-x) = -\left[-x + \frac{4}{-x+1}\right] = x + \frac{4}{x-1} \neq f(x)$ No es IMPAR

3) Continuidad

ANTES DE REMPLAZAR x POR LA TENDENCIA REDUZCO A COMÚN DENOMINADOR

- $\lim\limits_{x \to -1^+} x + \frac{4}{x+1} = \lim\limits_{x \to -1^+} \frac{x(x+1)+4}{x+1}$

$$\lim_{x \to -1^+} \frac{\overbrace{x^2 + x + 4}^{4}}{\underbrace{x+1}_{0^+}} = \boxed{+\infty}$$

- $\lim\limits_{x \to -1^-} \frac{\overbrace{x^2 + x + 4}^{4}}{\underbrace{x+1}_{0^-}} = \boxed{-\infty}$

1) Ceros y signo

$f(x) = x + \frac{4}{x+1}$ $\qquad f(x) = \frac{x(x+1)+4}{x+1}$

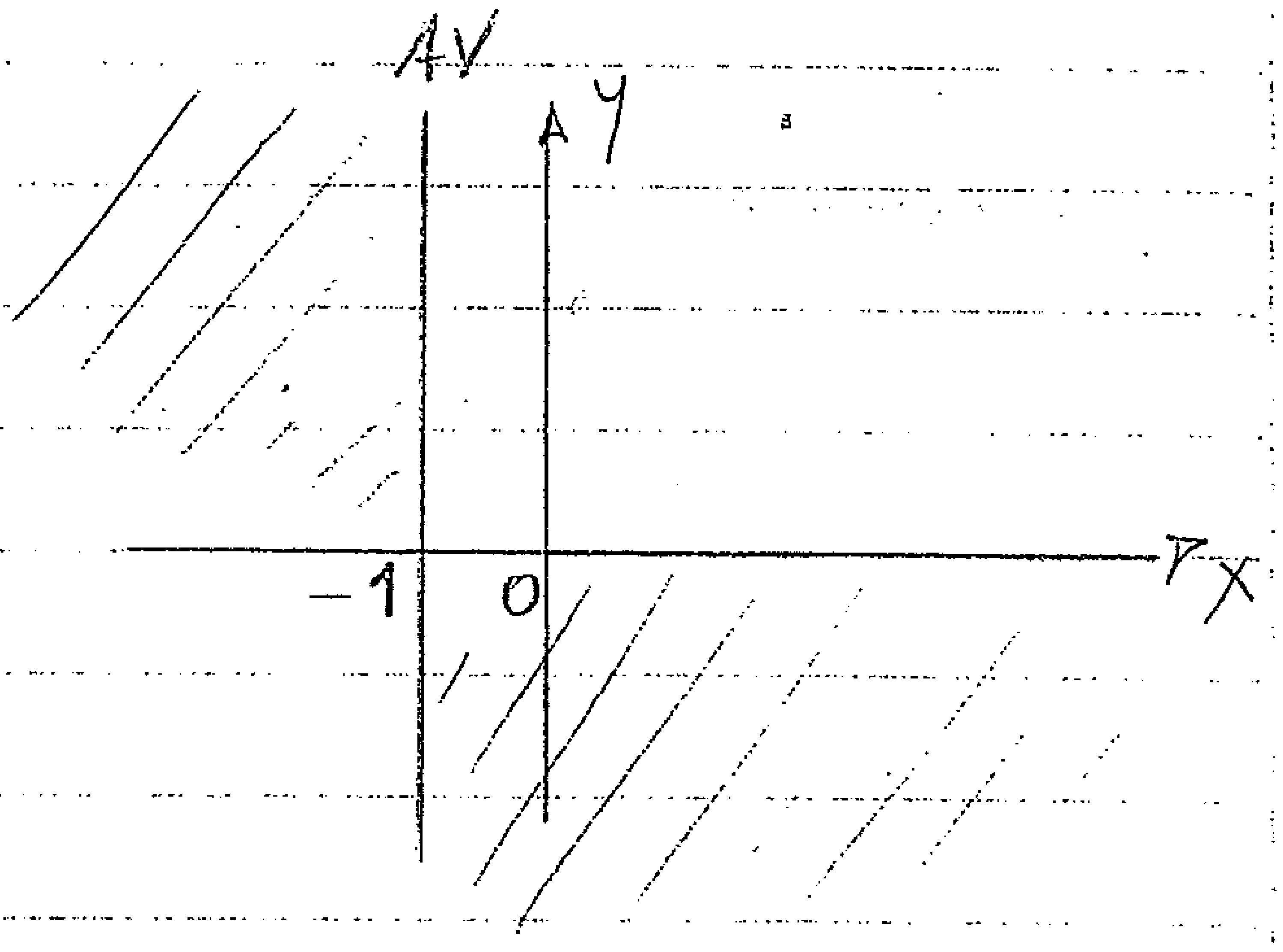
$$\boxed{f(x) = \frac{x^2+x+4}{x+1}}$$

Num: $x^2+x+4 = 0$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4(1)(4)}}{2(1)}$ R. Imag

Denom $x+1 = 0 \longrightarrow x = -1$

N	+	+		+	+
D	−	−	0 −1	+	+
C	−	−	∄ −1	+	+



5) Ramas infinitas

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim \frac{x^2+x+4}{x+1} = \frac{\infty}{\infty} \text{ indet} \sim \lim \frac{x^{\cancel{2}}}{\cancel{x}} = \boxed{+\infty}$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2+x+4}{x+1} = \frac{\infty}{\infty} \text{ indet} \sim \lim_{x \to -\infty} \frac{x^{\cancel{2}}}{\cancel{x}} = \boxed{-\infty}$$

5) Asintotas

Como $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \infty \longrightarrow$ calculo m

$m = \lim f(x) = \lim x^2+x+4 \cdot 1 = \infty$ indet

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+x+4}{x^2+x} = \frac{\infty}{\infty} \text{ indet} \sim \lim \frac{\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} \qquad \boxed{m=1}$$

hora calcula n:

$$n= \lim_{x\to\pm\infty} f(x)-mx = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+x+4}{x+1} - 1x$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+x+4-x(x+1)}{x+1}$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\cancel{x^2}+\cancel{x}+4-\cancel{x^2}-\cancel{x}}{x+1} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{4}{\underbrace{x+1}_{\infty}} = 0 \qquad \boxed{n=0}$$

$$\boxed{AO:\ y = 1x \text{ para } x\to\pm\infty}$$

7) Derivada primera:

$$f(x) = \frac{x^2+x+4}{x+1}$$

$$f'(x) = \frac{(2x+1)(x+1)-(x^2+x+4).1}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2+2x+\cancel{x}+1-x^2-\cancel{x}-4}{(x+1)^2}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}}$$

8) Ceros y signo de $f'(x)$

Num: $x^2+2x-3=0$

$$x = \frac{-2\pm\sqrt{4-4(1)(-3)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-2\pm 4}{2} \begin{matrix}\nearrow -3 \\ \searrow 1\end{matrix}$$

N	+	0 −3	−	0 1	+
D	+		0 ‖		+

9) Coordenadas de extremos relativos

Máximo $\left(-3, f(-3)\right) \;/\; f(-3) = -3 + \dfrac{4}{-3+1} = -3 + \dfrac{4}{-2}$

$= -3 - 2$

$\boxed{\text{Máximo } (-3, -5)}$

mínimo $\left(1, f(1)\right) \;/\; f(1) = 1 + \dfrac{4}{2} = 1 + 2 = 3$

$\boxed{\text{mínimo } (1, 3)}$

10) Derivada Segunda

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$$

$$f''(x) = \frac{(2x+2)(x+1)^2 - (x^2+2x-3)\,2(x+1)}{(x+1)^4}$$

$$f''(x) = \frac{2(x+1)^3 - (x^2+2x-3).2(x+1)}{(x+1)^4}$$

$$f''(x) = \frac{2\cancel{(x+1)}\left[(x+1)^2 - x^2 - 2x + 3\right]}{(x+1)^{\cancel{4}3}}$$

$$f''(x) = \frac{2(\cancel{x^2} + \cancel{2x} + 1 - \cancel{x^2} - \cancel{2x} + 3)}{(x+1)^3}$$

$$\boxed{f''(x) = \frac{8}{(x+1)^3}}$$

11) Ceros y signo de $f''(x)$

N   +   +   +   +

D   —   —   0   +   +

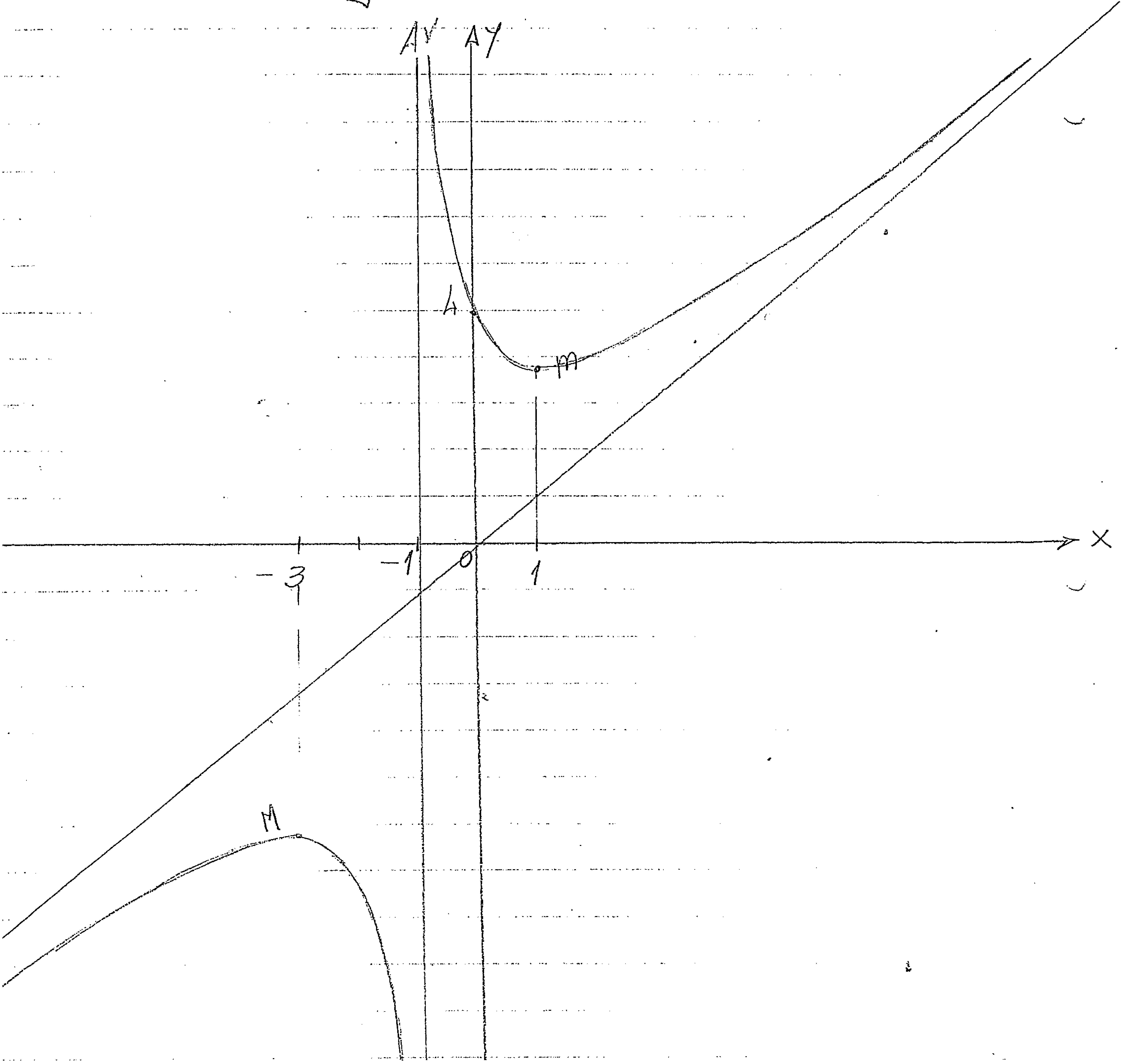
12) Coordenadas de PI

No hay

13) Tangentes en los puntos de inflexión

No corresponde

14) Ordenada en el origen $f(0) = 4$



3) $$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{2x-4} & \text{si } x > 2 \\ ax+6 & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$$

Para que $f(x)$ sea CONTINUA en $x=2$ deberá cumplir:

1) $2 \in D(f) \longrightarrow \exists\, f(2)$ Luego: $f(x) = ax+6$

$$\Downarrow$$

$$f(2) = a(2)+6$$

$$\boxed{f(2) = 2a+6}$$

2) $\exists \lim_{x\to 2} f(x) \longrightarrow \exists$ y son iguales los lím. lat.

- $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} \dfrac{x^2-4}{2x-4} = \dfrac{0}{0}$ indet.

$\sim \lim_{x\to 2^+} \dfrac{(x+2)\cancel{(x-2)}}{2\cancel{(x-2)}} = ②$

- $\lim_{x\to +2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} ax+6 = \boxed{2a+6}$

$2 = 2a+6$

$2-6 = 2a$

$-4 = 2a$

$\boxed{-2 = a}$

3) $$\underbrace{\lim_{x\to 2} f(x)}_{\downarrow (2)} = \underbrace{f(2)}_{\downarrow (1)}$$

$$2 \qquad 2 \quad ✓$$

Para que $f(x)$ sea DERIVABLE en $x=2$ en primer lugar debe ser CONTINUA en dicho pto. Luego deberán existir y ser iguales los lím. lat. de la derivada primera.

$\underline{x^2-4} - 2$ $\qquad \underline{(x+2)} - 2$

$$= \lim_{x\to 2^+} \frac{\frac{(x+2)-4}{2}}{(x-2)} = \lim_{x\to 2^+} \frac{\frac{x+2-4}{2}}{x-2}$$

$$= \lim_{x\to 2^+} \left(\frac{\cancel{x-2}}{2}\right)\cdot\frac{1}{\cancel{(x-2)}} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$\lim_{\to 2^-} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x\to 2^-} \frac{(-2x+6)-2}{x-2}$$

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{-2x+4}{x-2} = \lim_{x\to 2^-} \frac{-2\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}} = \boxed{-2}$$

$$\Downarrow$$

Como: $\lim_{x\to 2^+} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} \neq \lim_{x\to 2^-} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{f(X) \text{ NO ES DERIVABLE en } X = 2}$$

2) $AB + CX = D$

$$CX = D - AB$$

$$\underbrace{C^{-1}\cdot C}\cdot X = C^{-1}\cdot(D-AB)$$

$$IX = C^{-1}\cdot(D-AB)$$

$$\boxed{X = C^{-1}(D-AB)}$$

Hay que determinar C^{-1}:

$$C\cdot C^{-1} = C^{-1}\cdot C = I$$

3) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{2x-4} & \text{si } x > 2 \\ ax+6 & \text{si } x \leqslant 2 \end{cases}$

Para que f(x) sea CONTINUA en x = 2 deberá cumplir:

1) $2 \in D(f) \longrightarrow \exists\, f(2)$ Luego: $f(x) = ax+6$

$$\Downarrow$$

$$f(2) = a(2)+6$$

$$\boxed{f(2) = 2a+6}$$

2) $\exists \lim\limits_{x\to 2} f(x) \longrightarrow \exists$ y son iguales los lím. lat.

- $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^2-4}{2x-4} = \dfrac{0}{0}$ indet.

$\sim \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{(x+2)\cancel{(x-2)}}{2\cancel{(x-2)}} = ⓶$

- $\lim\limits_{x\to +2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} ax+6 = \boxed{2a+6}$

$2 = 2a+6$

$2-6 = 2a$

$-4 = 2a$

$\boxed{-2 = a}$

3) $\underbrace{\lim\limits_{x\to 2} f(x)}_{\downarrow (2)} = \underbrace{f(2)}_{\downarrow (1)}$

$2 \qquad 2 \qquad ✓$

Para que f(x) sea DERIVABLE en x = 2 en primer lugar debe ser CONTINUA en dicho pto.. Luego deberán existir y ser iguales las lím. lat. de la derivada primera

$x^2-4 \quad -2 \qquad\qquad (x+2) - 2$

- $1 = a + 2c$ — I
- $0 = b + 2d$ — II
- $0 = 3a + 4c$ — I
- $1 = 3b + 4d$ — II

$$\text{I)} \begin{cases} a + 2c = 1 & (-2) \\ 3a + 4c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -2a - 4c = -2 \\ 3a + 4c = 0 \\ \hline a \qquad = -2 \end{array}$$

$$\boxed{a = -2}$$

Luego: $-2 + 2c = 1$

$$2c = 1 + 2 \longrightarrow \boxed{c = \frac{3}{2}}$$

$$\text{II)} \begin{cases} b + 2d = 0 & (-2) \\ 3b + 4d = 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -2b - 4d = 0 \\ 3b + 4d = 1 \\ \hline b \qquad = 1 \end{array} \Longrightarrow \boxed{b = 1}$$

Sustituyo: $1 + 2d = 0$

$$2d = -1 \longrightarrow \boxed{d = -1/2}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{C^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix}}$$

Ahora necesitas hallar AB

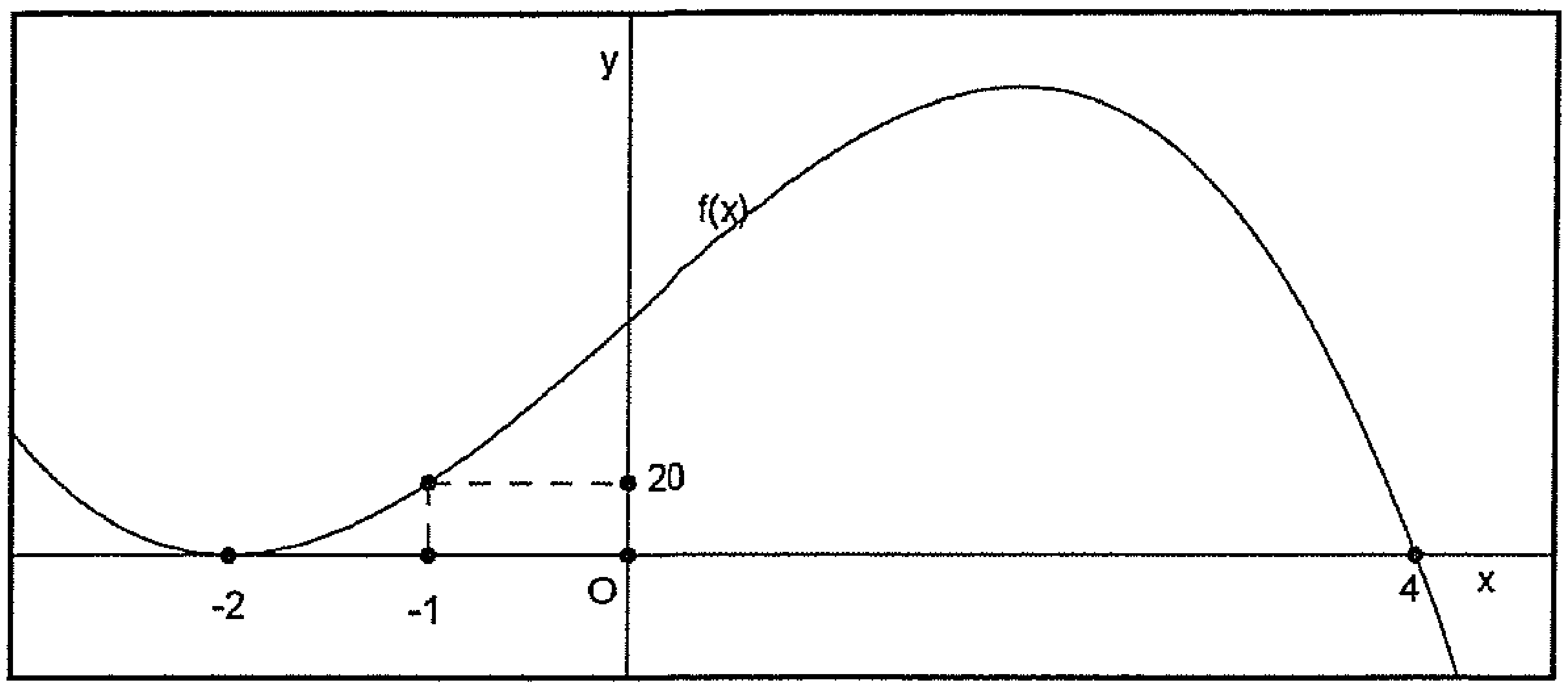
$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix}$

- $d_{11} = -6 + 0 - 1 =$

PRIMERA PRUEBA PARCIAL DE MATEMÁTICA – ESI BUCEO
TURNO MATUTINO Y TURNO VESPERTINO – JULIO 2012

1)

A) A partir de la gráfica mostrada de la función polinómica f(x) de tercer grado; hallar su expresión analítica.



B) Completar el esquema de Ruffini dado a continuación:

	2		-6	
		3	-9	-3

C) Indicar la expresión analítica del polinomio dividendo, del polinomio divisor, del polinomio cociente y del resto correspondiente al esquema de Ruffini anterior.

2)

Un fabricante de muebles produce dos tipos de mesas: clásicas y modernas.
Cada mesa del modelo clásico requiere 4 horas de lijado y 3 horas de barnizado y deja un beneficio de U$S 200.No deben fabricarse más de 16 de estas mesas.
Cada mesa del modelo moderno, necesita 3 horas de lijado y 4 horas de barnizado y su beneficio es de U$S 100.
Se dispone de 48 horas para lijado y 60 horas para barnizado.

A) Representar gráficamente el polígono de puntos factibles y determinar las coordenadas de todos los vértices del mismo.

B) Hallar el número de mesas de cada tipo que se deberían fabricar, para que la función beneficio sea máxima.

C) Indicar el beneficio obtenido suponiendo que se fabricaran las cantidades indicadas en la parte anterior y si todas ellas fueran vendidas.

3)

Dado el polinomio $P(x)=5x^3 \qquad +(a+1)x+b$

A) Hallar "a" y "b" sabiendo que P(x) es divisible entre (x-3) y que además el resto de dividir P(x) entre (2x+8) es - 210

B) Hallar todas las raíces de P(x).

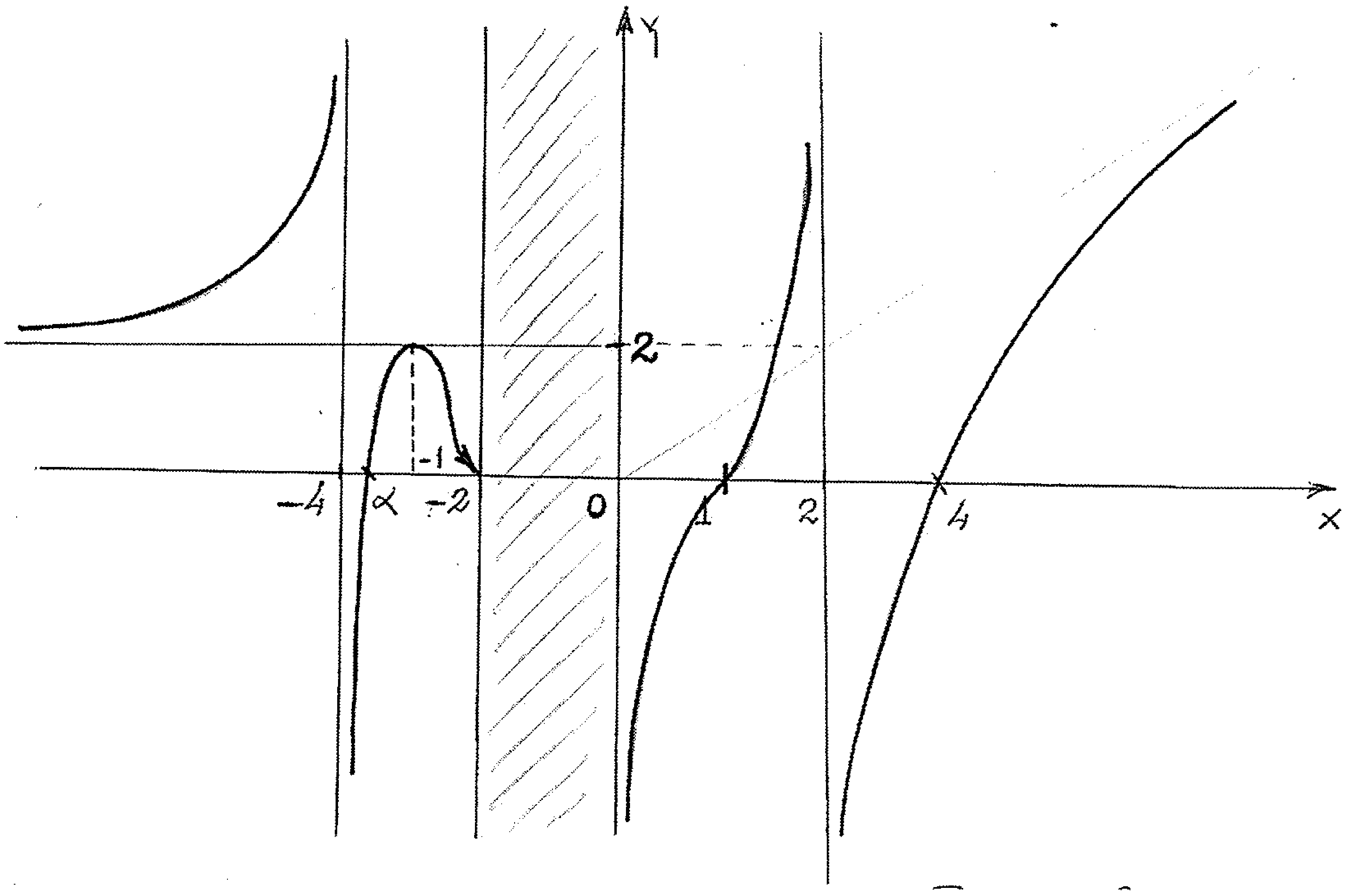
C) Escribir la descomposición factorial de P(x).

PRIMERA PRUEBA ESPECIAL: 3º de Bachillerato. 04/07/2012.

ESCUELA SUPERIOR DE INFORMÁTICA ***MATEMÁTICA***

De los cinco ejercicios que se te presentan a continuación, debes seleccionar tres para alcanzar el 12. No toques más de tres ejercicios pues solo se te corregirán tres. Concéntrate en aquellos en los que te encuentras más seguro.

1) Dada la función f(x) por su gráfico:



1) Dominio de la función.
2) Ceros y signo de f(x).
3) Variación (crecimiento y decrecimiento)
4) $\lim_{x\to +\infty} f(x)$
5) $\lim_{x\to -\infty} f(x)$
6) $\lim_{x\to -4} f(x)$
7) $\lim_{x\to -2} f(x)$
8) $\lim_{x\to 0} f(x)$
9) $\lim_{x\to 1} f(x)$
10) $\lim_{x\to 2} f(x)$

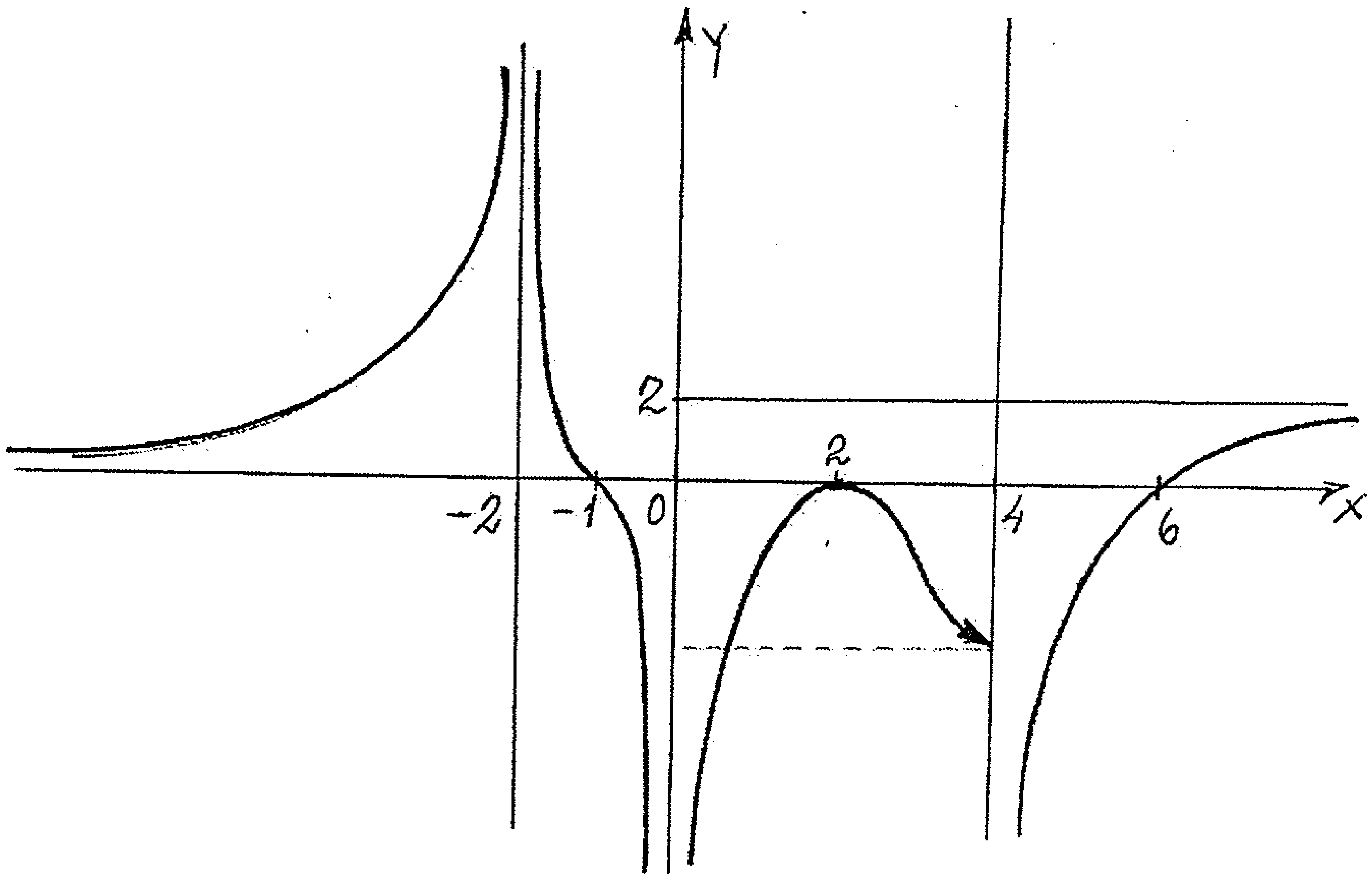
JUSTIFICA TODAS TUS RESPUESTAS.

PRIMERA PRUEBA ESPECIAL: 3° Año de Bachillerato. **04/07/2012**

ESCUELA SUPERIOR DE INFORMÁTICA ***MATEMÁTICA***

De los cinco ejercicios que se te presentan a continuación debes seleccionar 3 para alcanzar el 12. No toques más de 3 ejercicios pues solo se te corregirán tres. Concéntrate en aquellos en los que te encuentras más seguro

1) Dada la función f(x) por su gráfica determinar:



1) Dominio de la función.
2) Ceros y signo.
3) Variación (crecimiento o decrecimiento)
4) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
5) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$
6) $\lim_{x\to-2} f(x)$
7) $\lim_{x\to0} f(x)$
8) $\lim_{x\to2} f(x)$
9) $\lim_{x\to4} f(x)$

DEBES JUSTIFICAR TODAS TUS RESPUESTAS.