

examen teórico matemática 30 profundización,  
febrero 2015

a) definir serie

b) definición:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = K$

a) Demostrar teorema de Lagrange

b) Demostrar condición suficiente para que una función sea creciente en  $x=a$

) V o F. Justificar si es falsa

a) Toda función continua en  $x=a$ , es derivable en  $x=a$

b) Dado  $f(x)$ ,  $\exists f'(a)$  y es negativa  $\Rightarrow f(x)$  es estrictamente decreciente en  $x=a$

c) Si una función no cumple (H) de Bolzano, no presentara raíces

d) def. mínimo relativo:  $\exists \delta / \forall x \in E^* a, \delta, f(x) < f(a)$

e) def. concavidad negativa:  $\exists \delta / \forall x \in E^* a, \delta, f(x) > t$ , siendo  $t$  recta tangente a  $f(x)$  en  $x=a$

f) Si una función tiene derivada en un punto /  $f'(a) = 0 \Rightarrow f(x)$  presenta extremo relativo en  $x=a$

## Apluraciones

a) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{si } x > 1 \\ 3x-4 & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$$

Se cumplen las  $\textcircled{H}$  de los teoremas de Bolzano y Weierstrass en  $[0, 3]$ ? Justificar

b) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x-2 & \text{si } x \geq 0 \\ 2x^2+3x-2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Se cumplen las  $\textcircled{H}$  del teorema de Rolle en  $[-1, 1]$

o el caso que no se cumplan las  $\textcircled{H}$  de Teorema de Rolle, significa que la función no tiene extremos relativos en  $[-1, 1]$ ? Justificar

amen práctico matemática 3º profundización  
febrero 2015

Dada la sucesión  $a_n = \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{2a_n}{3a_n + 1} \end{cases}$

- Probar que  $a_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}$
- Probar que  $a_n \downarrow n \in \mathbb{N}$
- Justificar que  $\exists x \in \mathbb{R} / x = \lim a_n$  y calcularlo

Clasificar las siguientes series:

a)  $\sum \frac{n^{-1}}{(\ln)^3}$       b)  $\sum_0^{\infty} 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$       c)  $\sum \frac{(2n)!}{(n+2)!}$

d)  $\sum \frac{\sqrt{n+5}}{2n^2+2}$

Calcular los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin(3x)}{3x^3 - x^2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{e^{\frac{x^2}{x-2}}}{x-2}$

c)  $\lim \frac{\ln(3x) - \ln(12)}{x}$

- 1 a) Hallar ecuación de la  $\sigma_{AB}$  que pasa por  $A(2; -1)$  y  $B(-4; 5)$ , A y B diametralmente opuestos
- b) determinar los puntos de intersección de la  $\sigma_{AB}$  con  $r) y = -3x$

) Dados los puntos  $C(4; 2)$  y  $D(2; -6)$

2) Hallar ecuación de la Recta  $r)$

3) " la " " " Mediatriz

) Dado  $E(-1; 3)$ . Hallar ecuación de la recta  $s) // r)$  que pase por el punto E

1) Definir:

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = l$

b) serie

c)  $\lim_{x \rightarrow k} f(x) = \infty$

2) a) Enunciar teorema que relaciona derivabilidad con continuidad en un punto.

b) Establecer hipótesis y tesis teorema de Lagrange y demostrarlo

c) Demostrar el criterio de suficiencia para que una función presente máximo relativo

3) Verdadero o falso. Justificar si es falso

a) Toda función continua es derivable

b) En toda función continua en  $[a, b]$  con  $f(a) \cdot f(b) < 0$

$\exists c \in [a, b] / f(c) = 0$

c) Dada  $f(x)$ ,  $\exists f'(a)$  y es positiva  $\Rightarrow$

$f(x)$  es estrictamente decreciente en  $a$

d) Si la derivada de un punto en una función vale 0

$f'(a) = 0 \Rightarrow f(x)$  presenta mínimo relativo en  $x = a$

e) def. máximo:  $\exists \delta / \forall x \in E^*_{a, \delta}, f(x) < f(a)$

f) def. concavidad positiva:  $\exists \delta / \forall x \in E^*_{a, \delta}, f(x) < t$ ,  
siendo  $t$ , recta tangente a  $f(x)$  en  $x = a$

## ④ Aplicaciones:

① Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 8x}{x+2} & \text{si } x \geq 2 \\ 4x - 6 & \text{si } x < 2 \end{cases}$$

Se cumplen los teoremas de Bolzano y Weierstrass en  $[0, 3]$   
Justificar

② Dada la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 6x - 4 & \text{si } x \geq 1 \\ 5x^2 - 4x + 1 & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

Se cumple el teorema de Rolle? en  $[0, 2]$

- En el caso que no se cumplan las (H) de Teorema de Rolle, significa que la función no tiene extremos relativos en  $[0, 2]$ ? Justificar

- 1) Dada la sucesión  $a_n / \begin{cases} a_0 = 0 \\ a_{n+1} = \frac{3+a_n^2}{4} \end{cases}$
- a) Probar que  $0 < a_n < 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$
  - b) Probar que  $a_n$  es monótona creciente  $\forall n \in \mathbb{N}$
  - c) Justificar que converge y calcular su límite
- 2) Discutir según  $a \in \mathbb{R}$  y  $b \in \mathbb{R}$  los posibles límites:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(a-2)n^2 + b.n - 4}{(a^2-4)n^2 + 2n}$$

- 3) Clasificar las siguientes series:
- a)  $\sum \frac{n^{-1}}{(Ln)^4}$
  - b)  $\sum \frac{(3n)!}{(n+1)!}$
  - c)  $\sum \frac{\sqrt{n+1}}{n^2+1}$
  - d)  $\sum_0^{\infty} 3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^n$

4) Calcular los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sec(x) - \operatorname{tg}(x)}{x^4}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{e^{\frac{x}{x-1}}}{x-1}$

- 5) a) Hallar la ecuación de la BPA que pasa por  $A(4; -2)$  y  $B(0,4)$
- b) Determinar los puntos de intersección entre  $\begin{cases} (B2) x^2 + y^2 - 2x = 0 \\ (r) y = 2x \end{cases}$

⑥ Dados los puntos  $C(5;2)$  y  $D(3;8)$

a) Hallar la ecuación de la recta mediatriz ( $m$ ) de  $\overline{CD}$

b) Dado  $E(3;4)$ , hallar la ecuación de la recta  $\parallel m$